

PROJETO DE OBSERVADORES DE DISTÚRBIOS

FABRIZIO LEONARDI^{*,†}, JOSÉ JAIME DA CRUZ^{*}

^{*} *Laboratório de Automação e Controle, Depto. de Engenharia de Telecomunicações e Controle, Escola Politécnica da USP, Caixa Postal 61548 CEP 05424-970, São Paulo, SP, Brasil*

[†] *Departamento de Engenharia da Produção do Centro Universitário da FEI, Av. Humberto A. Castelo Branco, 3972 CEP 09850-901, São Bernardo do Campo, SP, Brasil*

Emails: fabrizio@lac.usp.br, jaime@lac.usp.br

Abstract — The design of disturbance observers is discussed in this paper from a perspective of loop shaping. The constraints to provide disturbance estimation are presented. The design specifications are written in the usual form of loop-shape constraints. Hence techniques like H_∞ or LQG/LTR can be applied as design tools. In order to discuss the frequency dependence of the design constraints both a real SISO application and a MIMO simulation are shown.

Keywords — Disturbance Observer, Disturbance Estimation, Frequency Domain.

Resumo — O projeto de observadores de distúrbios é discutido neste artigo do ponto de vista freqüencial. Apresentam-se as condições de projeto que garantem a estimação do distúrbio. As condições de projeto são escritas na forma usual de restrições sobre o diagrama de Bode. Desta forma, ferramentas de projeto como H_∞ e LQG/LTR podem ser aplicadas. Para se discutir sobre a dependência freqüencial das condições de projeto apresenta-se uma aplicação real em um caso SISO e simulações em um caso MIMO.

Palavras-chave — Observador de Distúrbios, Estimador de Distúrbio, Domínio da Freqüência.

1 Introdução

O conceito de observação de distúrbios foi apresentado pela primeira vez por Nakao et al (1987). Desde então, esse conceito vem sendo amplamente utilizado, particularmente em servomecanismos utilizados em unidades de disco rígido (*magnetic hard drive servo systems*) para compensar tanto os efeitos de perturbações sobre o sistema como os de dinâmicas não modeladas (Komada et al., 1991), (Huang e Messner, 1998), (Goh et al., 1995).

Huang e Messner (1998) propuseram um observador de distúrbios para atender a especificações de rejeição de distúrbios e de rejeição de ruído de medida para um servomecanismo de disco rígido. As especificações foram consideradas no domínio da freqüência e a motivação central do trabalho foi tratar o compromisso entre a capacidade de observação de distúrbios e a amplificação do ruído de medida por meio do uso de um filtro de primeira ordem no observador de distúrbios.

Ahn e Yokota (2004) consideram o problema de controle de força de um robô utilizado para a manutenção de linhas vivas de transmissão de energia elétrica. Utilizando um modelo do sistema dado no domínio da freqüência e uma descrição do erro de modelagem na forma multiplicativa, o artigo propõe um esquema robusto de observação do distúrbio de força.

O problema de acompanhamento de trilhas (*track-following*) em um sistema de controle de disco óptico foi estudado por Ryoo et al. (2004). O projeto

do controlador normalmente requer numerosas tentativas até que se chegue a uma solução satisfatória. O artigo mostra que o uso de observadores de distúrbios pode reduzir consideravelmente esse número de tentativas, simplificando o projeto do controlador ao remover das especificações de projeto deste o requisito de atenuação dos distúrbios. O trabalho propõe uma técnica gráfica de projeto baseada na resposta em freqüência de maneira a garantir a robustez do sistema.

A observação de distúrbios tem se mostrado útil também na detecção de falhas em sistemas de controle. Uma aplicação ao problema de controle de motores a explosão é apresentada por Chen e Saif (2006).

Os observadores de distúrbio podem ser usados na rejeição de distúrbios com especificações temporais. A referência (Leonardi, 2003) mostra como adaptar o esquema “model matching”, obtendo condições que garantam a rejeição de distúrbios com uma especificação temporal dada.

Neste trabalho, uma nova abordagem do problema de observação de distúrbios é proposta fundamentada em duas estruturas distintas. As condições de projeto são escritas na forma usual de restrições sobre o diagrama de Bode. Desta forma, ferramentas de projeto como H_∞ (Zou e Doyle, 1998) e LQG/LTR (Athans, 1986; Doyle, 1981) podem ser aplicadas. Admite-se que a planta possa estar sujeita a incertezas não estruturadas.

Como ilustração, analisa-se a aplicação real em um caso SISO e simulações em um caso MIMO.

2 Estruturas Propostas

Considere os sistemas representados pelas Fig. (1) e Fig. (2). As matrizes de transferência $P(s)$, $M(s)$ e $C(s)$ são respectivamente as da planta, do modelo nominal da planta e do compensador a ser projetado. O sinal $d(s)$ é o distúrbio não mensurável refletido na entrada da planta, $v(s)$ é o sinal de entrada, $y(s)$ é o sinal de saída da planta real, $y_M(s)$ é a saída do modelo da planta e $\hat{d}(s)$, a estimativa do distúrbio. Todos os sinais e matrizes de transferência têm dimensões compatíveis.

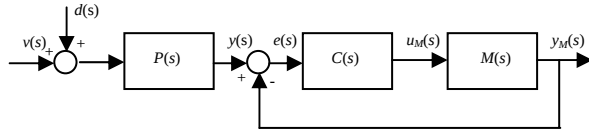


Figura 1. Estrutura I do observador de distúrbio.

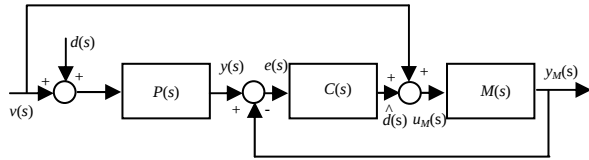


Figura 2. Estrutura II do observador de distúrbio.

No que se segue toma-se um conjunto de matrizes de transferência candidatas a modelo da planta, considerando, em particular, a representação do erro de modelagem multiplicativo $\varepsilon_M(s)$. Admitimos que um limite superior é dado para a norma espectral da matriz do erro multiplicativo na forma de uma função escalar $e_M(\omega)$ (Doyle, 1981).

A motivação para a escolha da Estrutura I é a seguinte: se o controlador for projetado de maneira que a saída da malha fechada acompanhe a sua entrada de referência (isto é, que $y_M(s)$ seja próxima de $y(s)$), então o sinal na entrada do modelo deve ser aproximadamente $v(s) + d(s)$ e, como $v(s)$ se supõe conhecida, pode-se estimar $d(s)$. A Estrutura II tem uma motivação similar: considerando-se um ramo de pré-alimentação (*feedforward*) do sinal $v(s)$ para a saída do controlador $C(s)$, a estimativa da perturbação obtém-se diretamente na saída deste.

A idéia deste trabalho é usar estruturas de controle que permitam fazer a observação de distúrbio, transformando o problema de estimação num problema comum de controle. Embora as estruturas propostas pareçam elementares e intuitivas, nenhuma referência explícita foi encontrada na literatura com aplicações para este fim.

3 Condições de Projeto

No que se segue o símbolo $\|\cdot\|$ representa a norma Euclidiana de vetores complexos. Os símbolos $\sigma_i[\cdot]$, $\sigma_{\min}[\cdot]$ e $\sigma_{\max}[\cdot]$ denotam o i -ésimo, o mínimo e o máximo valores singulares da matriz $[\cdot]$, respectivamente.

3.1 Estrutura I

Em vista do que foi dito no final da Seção 2 a respeito da motivação da escolha da Estrutura I, temos

$$\hat{d} = u_M - v. \quad (1)$$

Definindo-se erro na estimativa do distúrbio por

$$\Delta d = d - \hat{d} \quad (2)$$

e o erro de modelagem por

$$\Delta M = M - P \quad (3)$$

e sabendo-se que

$$u_M(s) = C(I + MC)^{-1}P(d + v), \quad (4)$$

obtém-se

$$\Delta d = (I + CM)^{-1}[I + C\Delta M](d + v). \quad (5)$$

Portanto,

$$\|\Delta d\| \leq \|(I + CM)^{-1}\| \|I + C\Delta M\| (\|d\| + \|v\|). \quad (6)$$

Conseqüentemente,

$$\frac{\|\Delta d\|}{\|d\|} \leq \frac{\sigma_{\max}(I + C\Delta M)}{\sigma_{\min}(I + CM)} \left(1 + \frac{\|v\|}{\|d\|}\right). \quad (7)$$

Se fixarmos $\delta_d \ll 1$ como sendo a precisão desejada da estimativa do distúrbio, então a desigualdade da Eq. (7) mostra que é suficiente impor que

$$\frac{\|\Delta d\|}{\|d\|} \leq \frac{\sigma_{\max}(I + C\Delta M)}{\sigma_{\min}(I + CM)} \left(1 + \frac{\|v\|}{\|d\|}\right) \leq \delta_d, \quad (8)$$

para $(\forall \Delta M)$ para garantir que o erro relativo de estimação o distúrbio esteja abaixo do especificado.

A estimação do distúrbio será possível se existir um $\alpha > 0$ tal que

$$\|d\| \geq \frac{\|v\|}{\alpha}, \quad (9)$$

ou seja, se a perturbação $d(s)$ não for demasiadamente pequena em comparação com $v(s)$, o que é razoável. Em outras palavras, a perturbação deve ter uma magnitude mínima para ser percebida na entrada do processo.

Usando-se a desigualdade triangular, a desigualdade de Schwarz e o fato de que, por definição, $\sigma_{\max}(\Delta MM^{-1}) \leq e_M$, pode-se então escrever

$$\frac{\|\Delta d\|}{\|d\|} \leq \frac{1 + e_M \sigma_{\max}(C) \sigma_{\max}(M)}{\sigma_{\min}(I + CM)} (1 + \alpha) \leq \delta_d. \quad (10)$$

Uma condição suficiente para a desigualdade da Eq.(10) pode então ser escrita como

$$\frac{\|\Delta d\|}{\|d\|} \leq \frac{1}{\sigma_{\min}(I + CM)} + e_M \sigma_{\max}[T] \leq \frac{\delta_d}{1 + \alpha}. \quad (11)$$

em que $T = CM(I + CM)^{-1}$.

Admitindo que o ganho de malha deva ser “grande” na região de frequências em que se quer estimar d , deve-se ter

$$\sigma_{\max}[T] \cong 1, \quad (12)$$

resultando, portanto, a seguinte condição aproximada de projeto

$$\frac{1}{\sigma_{\min}(I + CM)} + e_M \leq \frac{\delta_d}{1 + \alpha}. \quad (13)$$

Adotando a hipótese de que $e_M < \frac{\delta_d}{1 + \alpha}$, então a condição da Eq.(13) conduz a

$$\frac{1}{\sigma_{\min}(I + CM)} \leq \frac{\delta_d}{1 + \alpha} - e_M, \quad (14)$$

que é a condição-chave para o projeto do controlador $C(s)$. Ela mostra que:

(i) quanto maior for a precisão desejada para a estimativa de d , isto é, quanto menor δ_d , tanto maior deverá ser o ganho da malha;

(ii) quanto menor for a magnitude de d comparativamente a v , isto é, quanto maior o valor de α , tanto maior deverá ser o ganho de malha;

(iii) quanto maior for a incerteza do modelo e_M , tanto maior deverá ser o ganho de malha;

(iv) há um compromisso entre δ_d e e_M , já que, admitindo-se α fixado, se quisermos uma precisão grande da estimativa (δ_d “pequeno”), deveremos ter correspondentemente um bom modelo (e_M “pequeno”)

– conforme a hipótese de que $e_M < \frac{\delta_d}{1 + \alpha}$,

(v) da mesma forma, admitindo-se δ_d fixado, se a perturbação d for pequena em relação ao sinal de entrada v (α “grande”), então o modelo deverá ser correspondentemente preciso (e_M “pequeno”).

Por fim, cabe notar que, no caso ideal, tudo se passa como se a planta fosse invertida pela malha de controle.

3.2 Estrutura II

Conforme dito no final da Seção 2, no esquema da Fig.(2), tem-se um caminho de avanço de $v(s)$ para que a saída do controlador resulte na própria estimativa de $d(s)$. Analogamente ao caso anterior pode-se escrever que

$$\hat{d} = (I + CM)^{-1} [CPd + C\Delta Mv]. \quad (15)$$

Daí segue que

$$\Delta d = (I + CM)^{-1} [d - C\Delta MM^{-1}M(v + d)] \quad (16)$$

e, portanto,

$$\frac{\|\Delta d\|}{\|d\|} \leq \sigma_{\max}[(I + CM)^{-1}] [1 + \sigma_{\max}(C) e_M \sigma_{\max}(M) (1 + \alpha)] \quad (17)$$

Então, resulta a seguinte condição suficiente

$$\frac{\|\Delta d\|}{\|d\|} \leq \frac{1}{\sigma_{\min}(I + CM)} + e_M (1 + \alpha). \quad (18)$$

Supondo dado $\delta_d \ll 1$ e admitindo a validade da hipótese $e_M < \frac{\delta_d}{1 + \alpha}$, segue a condição aproximada de projeto da malha fechada

$$\frac{1}{\sigma_{\min}(I + CM)} \leq \delta_d - e_M(1 + \alpha), \quad (19)$$

que é análoga à Eq.(14). Note-se que continuam valendo as observações (i) a (v) anteriores.

3.3 Estrutura II com Distúrbio na Saída da Planta

Considere agora o distúrbio refletido na saída da planta conforme esquema da Fig.(3). Analogamente ao caso anterior pode-se escrever que

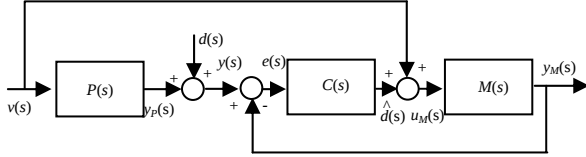


Figura 3. Distúrbio refletido na saída da planta.

$$\Delta d = (I + MC)^{-1} d + T \Delta M M^{-1} M v. \quad (20)$$

Daí temos que

$$\begin{aligned} \|\Delta d\| &\leq \\ &\leq \|(I + MC)^{-1}\| \|d\| + \|T\| \|\Delta M M^{-1}\| \|M\| \|v\|. \end{aligned} \quad (21)$$

Como, por definição, $\sigma_{\max}(\Delta M M^{-1}) \leq e_M$, então para satisfazer a Eq.(21) é suficiente que

$$\frac{\|\Delta d\|}{\|d\|} \leq \frac{1}{\sigma_{\min}(I + MC)} + \|T\| e_M \|M\| \frac{\|v\|}{\|d\|}, \quad (22)$$

Supondo que nessa região de frequências em que nos interessa estimar o distúrbio o ganho de malha seja elevado, $\|T\| \cong 1$ e, portanto, podemos reescrever a Eq.(22) de forma aproximada como

$$\frac{\|\Delta d\|}{\|d\|} \leq \frac{1}{\sigma_{\min}(I + MC)} + e_M \sigma_{\max}(M) \frac{\|v\|}{\|d\|}. \quad (23)$$

Assim, se admitirmos conhecido um valor de $\beta > 0$ tal que

$$\frac{\|v\|}{\|d\|} \leq \beta \quad (24)$$

e especificarmos a precisão desejada da estimativa por meio de um valor dado $0 < \delta_d < 1$ na forma

$$\frac{\|\Delta d\|}{\|d\|} \leq \delta_d, \quad (25)$$

então é suficiente que

$$\frac{1}{\sigma_{\min}(I + MC)} + e_M \beta \sigma_{\max}(M) \leq \delta_d. \quad (26)$$

para garantir que o erro relativo de estimação do distúrbio esteja abaixo do especificado.

Ou seja, a condição de projeto neste caso é

$$\frac{1}{\sigma_{\min}(I + MC)} \leq \delta_d - e_M \beta \sigma_{\max}(M). \quad (27)$$

Portanto, é necessário que

$$\frac{\delta_d}{e_M} \geq \beta \sigma_{\max}(M), \quad (28)$$

o que significa que se o modelo é ruim (e_M é “grande”), então β deve ser “pequeno”, isto é, d deve ser “grande”. Isto é razoável porque d é representado diretamente na saída da planta, não passando pela dinâmica desta e, portanto, se a incerteza na dinâmica desta é “grande”, é importante que d seja “grande” em comparação com v – ou seja, a contribuição de d para a saída deve ser muito maior que a de v .

4 Exemplos Experimentais e Numéricos

Para ilustrar o procedimento de projeto considere-se um caso SISO real de um servo motor de corrente contínua de ímã permanente cuja função de transferência, desprezando-se o pólo elétrico, é dada aproximadamente por

$$M(s) = \frac{0,9}{0,26s + 1}. \quad (29)$$

Como especificação de desempenho admita-se que a precisão com que o distúrbio refletido na entrada deve ser estimado seja de 20% até a frequência de 2 rad/s e que a magnitude do distúrbio em relação ao sinal de referência seja tal que $\alpha = 1$.

Como a principal fonte de erro de modelagem é apenas a dinâmica do pólo elétrico, vamos admitir que o erro de modelagem seja suficientemente pequeno nessa região de frequências. Então a Eq.(14) pode ser rescrita como

$$|I + C(j\omega)M(j\omega)|^{-1} \leq \frac{\delta_d}{2}. \quad (30)$$

Note-se que o projeto do controlador $C(s)$ é sempre feito com base no modelo nominal $M(s)$, ou seja, na malha de controle não há incertezas. Para tanto escolheu-se o controlador

$$C(s) = 22 \left(\frac{0,26s+1}{s} \right). \quad (31)$$

O diagrama de Bode da Fig.(4) mostra a condição de projeto da Eq.(30). Note-se que a função sensibilidade está abaixo da barreira de 20 dB até a frequência de 2 rad/s, respeitando assim a especificação de desempenho.

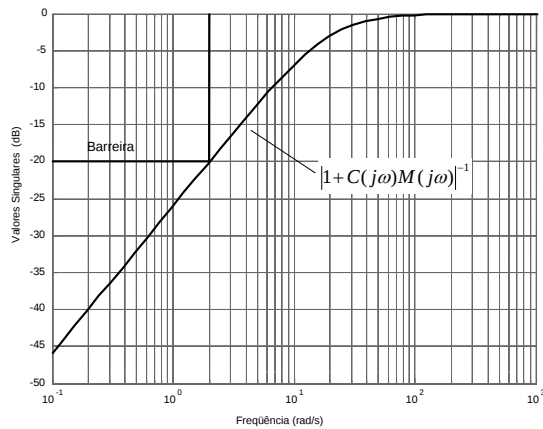


Figura 4. Diagrama de Bode relativo ao projeto.

Para validar o projeto considerou-se um distúrbio senoidal de amplitude 1V e frequência 1,57 rad/s somado à entrada da planta. A Fig.(5) mostra o resultado experimental.

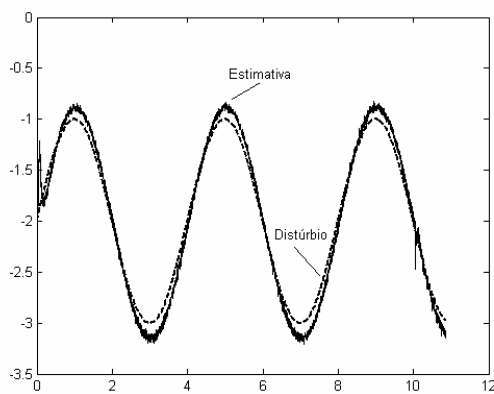


Figura 5. Estimativa de uma senóide de distúrbio.

Como ilustração adicional do desempenho do observador, a Fig.(6) mostra o resultado experimental quando de um distúrbio na forma de um dente-de-serra de frequência 1,57 rad/s.

A qualidade da estimativa em ambos os casos confirma a validade da hipótese feita de que o erro de modelagem é suficientemente pequeno.

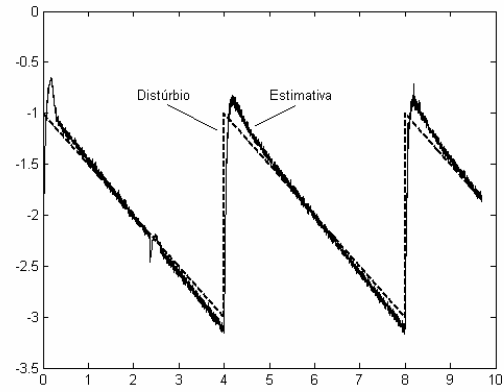


Figura 6. Estimativa de um dente-de-serra de distúrbio.

Considere agora o caso multivariável do tanque de mistura da referência (Kwakernaak, 1970). Seu modelo linearizado no espaço de estados é dado por

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \begin{bmatrix} -0,01 & 0 \\ 0 & -0,02 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ -0,25 & 0,75 \end{bmatrix} u(t) \\ y &= \begin{bmatrix} 0,01 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} x(t). \end{aligned} \quad (32)$$

Como especificação de desempenho admita-se que a precisão com que o distúrbio refletido na entrada deva ser estimado seja de 20% até a frequência de 3 rad/s e que a magnitude do distúrbio em relação ao sinal de referência seja tal que $\alpha = 1$.

Por simplicidade também neste caso vamos admitir que o erro de modelagem seja suficientemente pequeno nessa região de frequências. Então a Eq.(14) pode ser rescrita como

$$\sigma_{\max}(I + C(j\omega)M(j\omega)) \leq \frac{\delta_d}{2}, \quad (33)$$

O controlador $C(s)$ foi obtido por meio da técnica “mixed-sensitivity” do controle H_∞ . Para o projeto considerou-se a barreira de desempenho

$$W_1(s) = \text{diag} \left(\frac{5,25}{s + 0,35} \right). \quad (34)$$

O diagrama de Bode da Fig.(7) mostra a condição de projeto da Eq.(32). Note-se que a função sensibilidade está abaixo da barreira de 20 dB até a frequência de 3 rad/s, respeitando assim a especificação de desempenho.

Para validar o projeto consideraram-se distúrbios senoidais de amplitude 1V e frequências 0,167 rad/s e 0,250 rad/s nos canais 1 e 2, respectivamente. Os sinais de referência aplicados foram funções do tipo degrau unitário com amplitudes 1V e -1V aplicados

nos canais 1 e 2, respectivamente nos instantes 20s e 60s.

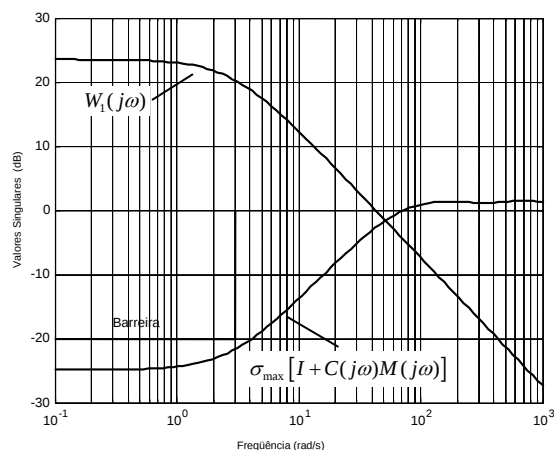


Figura 7. Diagrama de Bode relativo ao projeto.

A Fig.(8) mostra o resultado da simulação.

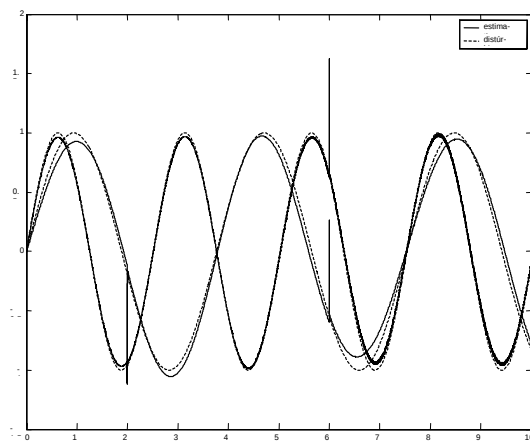


Figura 8. Estimativa das senóides de distúrbio.

Note que as estimativas seguem de perto os distúrbios.

7 Conclusões

Este trabalho discutiu o projeto de observadores de distúrbios do ponto de vista freqüencial. Condições de projeto que garantem a estimação do distúrbio foram apresentadas para duas estruturas distintas, considerando-se o distúrbio tanto na entrada como na saída da planta. Com estas estruturas o problema de estimação foi transformado num problema de controle. As condições de projeto apresentadas estão escritas na forma usual de restrições sobre o diagrama de Bode. Desta forma, ferramentas de projeto como H_∞ e LQG/LTR podem ser aplicadas.

Mostrou-se que quanto menor for a magnitude do distúrbio comparativamente ao sinal de entrada, tanto maior deverá ser o ganho de malha, que também deverá ser tanto maior quanto maior for a incerteza do modelo. Mostrou-se também que há um compromisso

entre precisão e erro de modelagem, como era esperado.

Para se discutir sobre a dependência freqüencial das condições de projeto apresentou-se uma aplicação real em um caso SISO e simulações em um caso MIMO.

Referências Bibliográficas

- Ahn K.K.; Yokota S. (2004) "Design of a robust force control system for an automatic live-line maintenance robot using a force disturbance observer", *Proc. Inst. of Mech. Eng. Part I – J. of Systems and Control Engineering*, 218 (17): 545-556.
- Athans, M. (1986) "A Tutorial On The LQG/LTR Method". *Proc. American Control Conference*, Seattle, WA.
- Chen, W.; Saif, M. (2006) "An iterative learning observer for fault detection and accommodation in nonlinear time-delay systems", *Int. J. of Robust and Nonlinear Control*, Vol. 1, pp. 1-19.
- Doyle, J.C.; Stein, G., (1981) "Multivariable Feedback Design: Concepts for a Classical / Modern Synthesis". *IEEE Transactions on Automatic Control*, 26:4-16.
- Goh, H.T.; Weerasoorya, Low, T.S.; Huang, Y.H. (1995) "Modeling and compensation of pivot friction in a disk drive actuator", *Proc. American Control Conf.*, Vol. 6, pp. 4141-4145.
- Huang, Y.; Messner, W. "A novel disturbance observer design for magnetic hard drive servo system with a rotary actuator", *IEEE Trans. on Magnetics*, Vol. 34, No. 4, pp. 1892-1894, July 1998.
- Kwakernaak, H.; Sivan, R. (1970) "Linear Optimal Control Systems", Wiley, New York.
- Komada, S.; Ishida, M.; Ohnishi, K.; Hori, T. (1991) "Disturbance observer-based motion control of direct drive motors", *IEEE Trans on Energy Conversion*, Vol. 6, No.3, pp. 553-559.
- Leonardi, F.; Da Cruz, J.J.(2003) "Robust Disturbance Rejection with Time Domain Specification in Control System Design". *Proc. of the 17th International Congress of Mechanical Engineering*, São Paulo.
- Nakao, M.; Ohnishi, K.; Miyachi, K. (1987) "A robust decentralized joint control based on interference estimation", *Proc. IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation*, Vol. 1, pp. 326-331.
- Ryoo J.R.; Doh T.Y.; Chung M.J. (2004) "Robust disturbance observer for the track-following control system of an optical disk drive", *Control Eng. Practice*, Vol. 12, No. 5, pp. 577-585.
- Zhou, K. and Doyle, J. C. (1998). *Essentials of Robust Control*. Prentice Hall, New Jersey.