Modelos probabilísticos relacionais e de primeira ordem

Paulo Santos

FEI - São Paulo

August 31, 2016

Introdução

- lógica de primeira ordem está relacionada à existência de objetos e relações entre eles
- pode expressar fatos sobre alguns ou todos os objetos do domínio
- redes Bayesianas são intrinsicamente proposicionais: o conjunto de variáveis aleatórias é fixo e finito, e cada um possui um domínio fixo de valores possíveis
- idéia: combinar teoria de probabilidade com o poder de expressividade da lógica de 1a ordem para abordar novos (e mais abrangentes) problemas

Introdução

- lógica de primeira ordem está relacionada à existência de objetos e relações entre eles
- pode expressar fatos sobre alguns ou todos os objetos do domínio
- redes Bayesianas são intrinsicamente proposicionais: o conjunto de variáveis aleatórias é fixo e finito, e cada um possui um domínio fixo de valores possíveis
- idéia: combinar teoria de probabilidade com o poder de expressividade da lógica de 1a ordem para abordar novos (e mais abrangentes) problemas

Exemplo

- suponha que a Amazon quer fazer um sistema de recomendação de seus livros a partir da opinião dos consumidores. Como fazer isso?
- caso mais simples: basear a avaliação na média das recomendações
- isso falha por não levar em consideração o fato de alguns consumidores serem mais "bonzinhos" que outros, ou alguns serem desonestos (e.g. trabalham para uma determinada editora)
- essas **dependências causais** podem ser representadas por uma rede Bayesiana

Exemplo

- suponha que a Amazon quer fazer um sistema de recomendação de seus livros a partir da opinião dos consumidores. Como fazer isso?
- caso mais simples: basear a avaliação na média das recomendações
- isso falha por não levar em consideração o fato de alguns consumidores serem mais "bonzinhos" que outros, ou alguns serem desonestos (e.g. trabalham para uma determinada editora)
- essas **dependências causais** podem ser representadas por uma rede Bayesiana

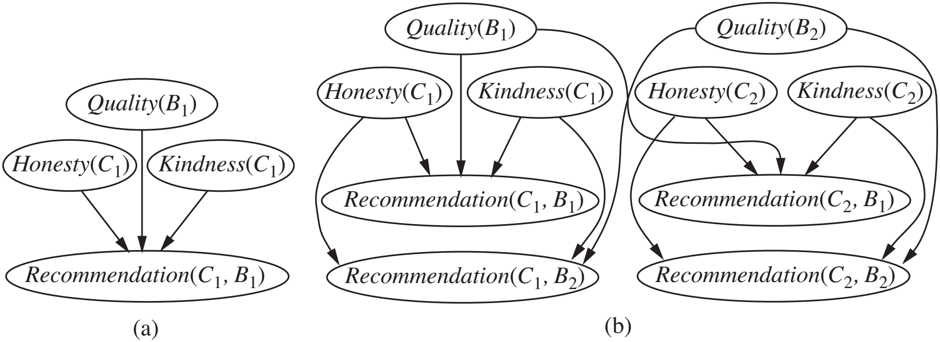
Exemplo

- suponha que a Amazon quer fazer um sistema de recomendação de seus livros a partir da opinião dos consumidores. Como fazer isso?
- caso mais simples: basear a avaliação na média das recomendações
- isso falha por não levar em consideração o fato de alguns consumidores serem mais "bonzinhos" que outros, ou alguns serem desonestos (e.g. trabalham para uma determinada editora)
- essas **dependências causais** podem ser representadas por uma rede Bayesiana

Exemplo

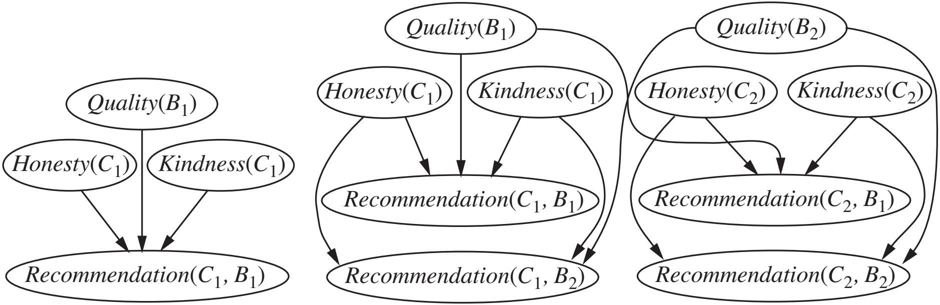
- suponha que a Amazon quer fazer um sistema de recomendação de seus livros a partir da opinião dos consumidores. Como fazer isso?
- caso mais simples: basear a avaliação na média das recomendações
- isso falha por não levar em consideração o fato de alguns consumidores serem mais "bonzinhos" que outros, ou alguns serem desonestos (e.g. trabalham para uma determinada editora)
- essas **dependências causais** podem ser representadas por uma rede Bayesiana

Exemplo



- a) rede para um único consumidor C_1 e um único livro B_1;
- b) rede para dois consumidores C_1 e C_2 e dois livros B_1 e B_2
- para muitos livros e clientes, montar a rede pode ficar impraticável

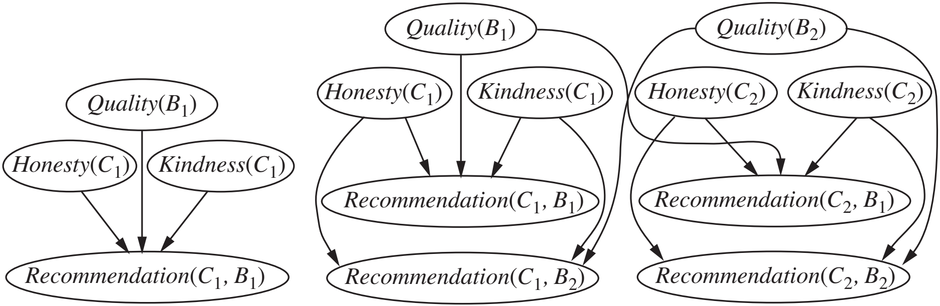
Exemplo



(a) (b)

- a) rede para um único consumidor C_1 e um único livro B_1;
- b) rede para dois consumidores C_1 e C_2 e dois livros B_1 e B_2
- para muitos livros e clientes, montar a rede pode ficar impraticável

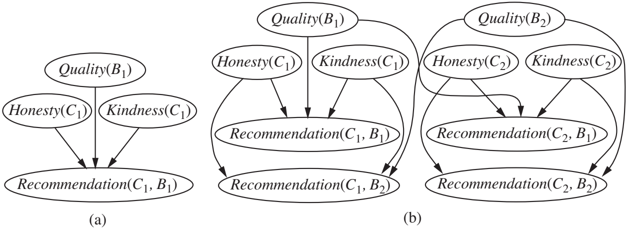
Exemplo



(a) (b)

- a) rede para um único consumidor C_1 e um único livro B_1;
- b) rede para dois consumidores C_1 e C_2 e dois livros B_1 e B_2
- para muitos livros e clientes, montar a rede pode ficar impraticável

Exemplo

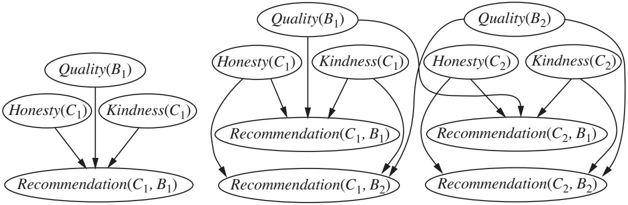


(a) (b)

Felizmente podemos utilizar a estrutura da rede:

- cada *Recommendation*(c, b) possui os mesmos pais: *Honest*(c), *Kindness*(c) and *Quality*(b);
- as TPC de *Recommendation*(c, b) são idênticas, bem como as tabelas para as variáveis *Honest*(c), etc.
- queremos então escrever algo como: $Recommendation(c, b) \sim RecCPT(Honest(c), Kindness(c), Quality(b))$

Exemplo



(a) (b)

Felizmente podemos utilizar a estrutura da rede:

- cada $Recommendation(c, b)$ possui os mesmos pais: $Honest(c)$, $Kindness(c)$ and $Quality(b)$;
- as TPC de $Recommendation(c, b)$ são idênticas, bem como as tabelas para as variáveis $Honest(c)$, etc.
- queremos então escrever algo como: $Recommendation(c, b) \sim RecCPT(Honest(c), Kindness(c), Quality(b))$

Desenvolvendo a linguagem

- um modelo probabilístico define um conjunto Ω de mundos possíveis com probabilidade $P(w)$ para cada mundo w;
- para redes Bayesianas os mundos possíveis são associações de valores a variaveis
- no caso Booleano, os mundos possíveis são idênticos aos da lógica proposicional
- para um modelo probabilístico de 1a ordem, os mundos possíveis devem ser aqueles da lógica de 1a ordem:
  - um conjunto de objetos com relações entre eles e uma interpretação que associa simbolos de constantes a objetos, símbolos de predicados a relações e símbolos de funções à funções sobre os objetos
  - o modelo probabilístico também precisa definir uma probabilidade para cada mapeamento desses

Desenvolvendo a linguagem

- um modelo probabilístico define um conjunto Ω de mundos possíveis com probabilidade $P(w)$ para cada mundo w;
- para redes Bayesianas os mundos possíveis são associações de valores a variaveis
- no caso Booleano, os mundos possíveis são idênticos aos da lógica proposicional
- para um modelo probabilístico de 1a ordem, os mundos possíveis devem ser aqueles da lógica de 1a ordem:
  - um conjunto de objetos com relações entre eles e uma interpretação que associa simbolos de constantes a objetos, símbolos de predicados a relações e símbolos de funções à funções sobre os objetos
  - o modelo probabilístico também precisa definir uma probabilidade para cada mapeamento desses

Desenvolvendo a linguagem

Supondo que isso tudo seja possível:

- a probabilidade de qualquer sentença de 1a ordem ϕ é obtida pela soma sobre os mundos possíveis onde ela é verdadeira:

$$P(\phi) = \sum_{w:\phi \text{ verdade em } w} P(w).$$

- analogamente para prob. condicionais
- portanto, é possível perguntar "Quais livros são comumente recomendados por consumidores desonestos?"

Desenvolvendo a linguagem

Supondo que isso tudo seja possível:

- a probabilidade de qualquer sentença de 1a ordem ϕ é obtida pela soma sobre os mundos possíveis onde ela é verdadeira:

$$P(\phi) = \sum_{w:\phi \;\; \textit{verdade em } w} P(w).$$

- analogamente para prob. condicionais
- portanto, é possível perguntar "Quais livros são comumente recomendados por consumidores desonestos?"

Desenvolvendo a linguagem

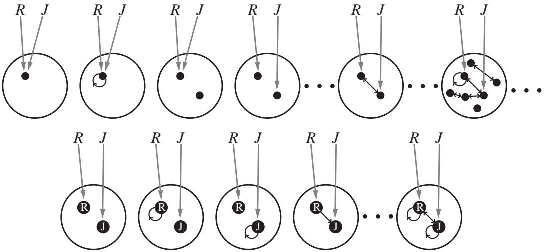
Supondo que isso tudo seja possível:

- a probabilidade de qualquer sentença de 1a ordem ϕ é obtida pela soma sobre os mundos possíveis onde ela é verdadeira:

$$P(\phi) = \sum_{w:\phi \text{ verdade em } w} P(w).$$

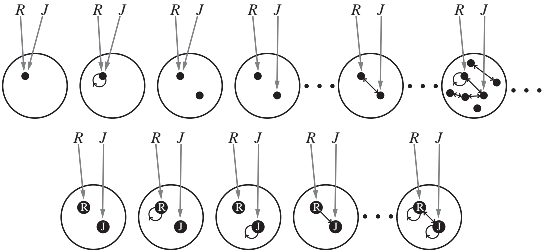
- analogamente para prob. condicionais
- portanto, é possível perguntar "Quais livros são comumente recomendados por consumidores desonestos?"

Mundos possíveis



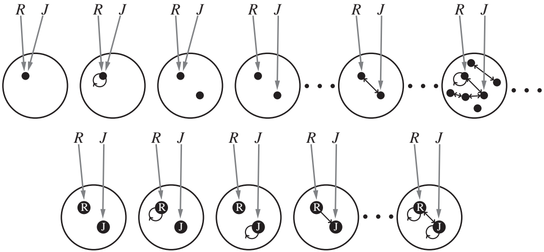
- problema: modelos de 1a ordem são infinitos
- podemos reduzir para semântica de base de dados assumindo o seguinte:
  - *unique names assumption*
  - *domain closure* (não há mais objetos do que os mencionados explicitamente)
- esses são os casos mais simples de Modelos Probabilísticos Relacionais (MPR)

Mundos possíveis



- problema: modelos de 1a ordem são infinitos
- podemos reduzir para semântica de base de dados assumindo o seguinte:
  - *unique names assumption*
  - *domain closure* (não há mais objetos do que os mencionados explicitamente)
- esses são os casos mais simples de Modelos Probabilísticos Relacionais (MPR)

Mundos possíveis



- problema: modelos de 1a ordem são infinitos
- podemos reduzir para semântica de base de dados assumindo o seguinte:
  - *unique names assumption*
  - *domain closure* (não há mais objetos do que os mencionados explicitamente)
- esses são os casos mais simples de Modelos Probabilísticos Relacionais (MPR)

Mundos possíveis

- Quando essas condições não são garantidas, MPRs não funcionam.
- Exemplos:
  - identificar livros pelo ISBN: um livro pode ter vários ISBNs; há incerteza quanto a um ISBN ser referir realmente a um livro específico;
  - os usuários desonestos podem ter centenas de IDs! (e.g. *sibil attack* em segurança de redes)
- Portanto, mesmo em domínios bem definidos, há incerteza na **existência de objetos** (quais são os livros e consumidores reais nos dados observados) e **incerteza na identidade** (quais símbolos realmente se referem a um mesmo objeto)
- deve-se definir modelos probabilísticos sobre a semântica de 1a ordem!

Mundos possíveis

- Quando essas condições não são garantidas, MPRs não funcionam.
- Exemplos:
  - identificar livros pelo ISBN: um livro pode ter vários ISBNs; há incerteza quanto a um ISBN ser referir realmente a um livro específico;
  - os usuários desonestos podem ter centenas de IDs! (e.g. *sibil attack* em segurança de redes)
- Portanto, mesmo em domínios bem definidos, há incerteza na **existência de objetos** (quais são os livros e consumidores reais nos dados observados) e **incerteza na identidade** (quais símbolos realmente se referem a um mesmo objeto)
- deve-se definir modelos probabilísticos sobre a semântica de 1a ordem!

Mundos possíveis

- Quando essas condições não são garantidas, MPRs não funcionam.
- Exemplos:
  - identificar livros pelo ISBN: um livro pode ter vários ISBNs; há incerteza quanto a um ISBN ser referir realmente a um livro específico;
  - os usuários desonestos podem ter centenas de IDs! (e.g. *sibil attack* em segurança de redes)
- Portanto, mesmo em domínios bem definidos, há incerteza na **existência de objetos** (quais são os livros e consumidores reais nos dados observados) e **incerteza na identidade** (quais símbolos realmente se referem a um mesmo objeto)
- deve-se definir modelos probabilísticos sobre a semântica de 1a ordem!

Mundos possíveis

- Quando essas condições não são garantidas, MPRs não funcionam.
- Exemplos:
  - identificar livros pelo ISBN: um livro pode ter vários ISBNs; há incerteza quanto a um ISBN ser referir realmente a um livro específico;
  - os usuários desonestos podem ter centenas de IDs! (e.g. *sibil attack* em segurança de redes)
- Portanto, mesmo em domínios bem definidos, há incerteza na **existência de objetos** (quais são os livros e consumidores reais nos dados observados) e **incerteza na identidade** (quais símbolos realmente se referem a um mesmo objeto)
- deve-se definir modelos probabilísticos sobre a semântica de 1a ordem!

Mundos possíveis

- Quando essas condições não são garantidas, MPRs não funcionam.
- Exemplos:
  - identificar livros pelo ISBN: um livro pode ter vários ISBNs; há incerteza quanto a um ISBN ser referir realmente a um livro específico;
  - os usuários desonestos podem ter centenas de IDs! (e.g. *sibil attack* em segurança de redes)
- Portanto, mesmo em domínios bem definidos, há incerteza na **existência de objetos** (quais são os livros e consumidores reais nos dados observados) e **incerteza na identidade** (quais símbolos realmente se referem a um mesmo objeto)
- deve-se definir modelos probabilísticos sobre a semântica de 1a ordem!

Mundos possíveis

- Quando essas condições não são garantidas, MPRs não funcionam.
- Exemplos:
  - identificar livros pelo ISBN: um livro pode ter vários ISBNs; há incerteza quanto a um ISBN ser referir realmente a um livro específico;
  - os usuários desonestos podem ter centenas de IDs! (e.g. *sibil attack* em segurança de redes)
- Portanto, mesmo em domínios bem definidos, há incerteza na **existência de objetos** (quais são os livros e consumidores reais nos dados observados) e **incerteza na identidade** (quais símbolos realmente se referem a um mesmo objeto)
- deve-se definir modelos probabilísticos sobre a semântica de 1a ordem!

Modelos Probabilísticos Relacionais (MPR)

- MPRs possuem símbolos para funções, constantes e predicados (funções que retornam *true* or *false*;
- assume-se *tipos* para cada função: modelos espúrios são eliminados
- Ex. no domínio de recomendação de livros:
  - $Honest : Customer \rightarrow \{true, false\}$
  - $Kindness : Customer \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$
  - $Quality : Book \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$
  - $Recommendation : Customer \times Book \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- as variáveis aleatórias de um MPR são todas as instanciações possíveis de Honest, Kindness, Quality, Recommendation (todas as variáveis na figura (b) anterior)

Modelos Probabilísticos Relacionais (MPR)

- MPRs possuem símbolos para funções, constantes e predicados (funções que retornam *true* or *false*;
- assume-se *tipos* para cada função: modelos espúrios são eliminados
- Ex. no domínio de recomendação de livros:
  - $Honest : Customer \rightarrow \{true, false\}$
  - $Kindness : Customer \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$
  - $Quality : Book \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$
  - $Recommendation : Customer \times Book \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- as variáveis aleatórias de um MPR são todas as instanciações possíveis de Honest, Kindness, Quality, Recommendation (todas as variáveis na figura (b) anterior)

Modelos Probabilísticos Relacionais (MPR)

- MPRs possuem símbolos para funções, constantes e predicados (funções que retornam *true* or *false*;
- assume-se *tipos* para cada função: modelos espúrios são eliminados
- Ex. no domínio de recomendação de livros:
  - $Honest : Customer \rightarrow \{true, false\}$
  - $Kindness : Customer \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$
  - $Quality : Book \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$
  - $Recommendation : Customer \times Book \rightarrow \{1, 2, 3, 4, 5\}$
- as variáveis aleatórias de um MPR são todas as instanciações possíveis de Honest, Kindness, Quality, Recommendation (todas as variáveis na figura (b) anterior)

- Para completar esse MPRs deve-se escrever as distribuições de probabilidade:
  - $Honest(c) \sim \langle 0.99, 0.01 \rangle$
  - $Kindness(c) \sim \langle 0.1, 0.1, 0.2, 0.3, 0.3 \rangle$
  - $Quality(b) \sim \langle 0.05, 0.2, 0.4, 0.2, 0.15 \rangle$
  - $Recommendation(c, b) \sim RecCPT(Honest(c), Kindness(c), Quality(b))$
- onde RecCPT é uma tabela com 2x5x5 celulas, cada uma com 5 entradas.

Modelos Probabilísticos Relacionais (MPR)

- Para completar esse MPRs deve-se escrever as distribuições de probabilidade:
  - $Honest(c) \sim \langle 0.99, 0.01 \rangle$
  - $Kindness(c) \sim \langle 0.1, 0.1, 0.2, 0.3, 0.3 \rangle$
  - $Quality(b) \sim \langle 0.05, 0.2, 0.4, 0.2, 0.15 \rangle$
  - $Recommendation(c, b) \sim$ $RecCPT(Honest(c), Kindness(c), Quality(b))$
- onde RecCPT é uma tabela com 2x5x5 celulas, cada uma com 5 entradas.

Modelos Probabilísticos Relacionais (MPR)

- Pode-se inserir *independências relacionadas ao contexto*, permitindo uma variável ser independente de seus pais para certos valores: E.g. consumidores desonestos ignoram qualidade na hora de fazer uma recomendação
- Portanto, $Recommendation(c, b)$ é independente de $Kindness(c)$ e $Quality(b)$ quando $Honest(c) = falso$

$$
\begin{aligned}
&Recommendation(c, b) \sim \\
&\qquad \textit{if} \;\; Honest(c) = falso \;\; \textit{then} \\
&\qquad\qquad HonestRecCPT(Kindness(c), Quality(b)) \\
&\qquad \textit{else} \langle 0.4, 0.1, 0.0, 0.1, 0.4 \rangle
\end{aligned}
$$

- o valor do teste condicional não precisa ser definido!

Modelos Probabilísticos Relacionais (MPR)

- Pode-se inserir *independências relacionadas ao contexto*, permitindo uma variável ser independente de seus pais para certos valores: E.g. consumidores desonestos ignoram qualidade na hora de fazer uma recomendação
- Portanto, $Recommendation(c, b)$ é independente de $Kindness(c)$ e $Quality(b)$ quando $Honest(c) = falso$

$$
\begin{aligned}
&Recommendation(c, b) \sim \\
&\qquad\qquad \text{if } \; Honest(c) = falso \; \text{ then} \\
&\qquad\qquad\qquad HonestRecCPT(Kindness(c), Quality(b)) \\
&\qquad\qquad else\langle 0.4, 0.1, 0.0, 0.1, 0.4\rangle
\end{aligned}
$$

- o valor do teste condicional não precisa ser definido!

Modelos Probabilísticos Relacionais (MPR)

- Pode-se inserir *independências relacionadas ao contexto*, permitindo uma variável ser independente de seus pais para certos valores: E.g. consumidores desonestos ignoram qualidade na hora de fazer uma recomendação
- Portanto, $Recommendation(c, b)$ é independente de $Kindness(c)$ e $Quality(b)$ quando $Honest(c) = falso$

$$
\begin{aligned}
& Recommendation(c, b) \sim \\
& \qquad\qquad if \;\; Honest(c) = falso \;\; then \\
& \qquad\qquad\quad HonestRecCPT(Kindness(c), Quality(b)) \\
& \qquad\qquad else \langle 0.4, 0.1, 0.0, 0.1, 0.4 \rangle
\end{aligned}
$$

- o valor do teste condicional não precisa ser definido!

Modelos probabilísticos relacionais

- O modelo pode ficar ainda mais realista: e.g. suponha que um consumidor honesto, que é fã de um determinado autor, sempre da nota 5 para seus livros, independente da qualidade:

$$
\begin{aligned}
&\mathit{Recommendation}(c, b) \sim \\
&\qquad \text{if } \mathit{Honest}(c) \text{ then} \\
&\qquad\quad \text{if } \mathit{Fan}(c, \mathit{Author}(b)) \text{ then } \mathit{Exactly}(5) \\
&\qquad\quad \mathit{HonestRecCPT}(\mathit{Kindness}(c), \mathit{Quality}(b)) \\
&\qquad \mathit{else}\langle 0.4, 0.1, 0.0, 0.1, 0.4 \rangle
\end{aligned}
$$

- novamente, $\mathit{Fan}(c, \mathit{Author}(b))$ não precisa ser conhecido, porém se um consumidor somente pontua 5s a um determinado autor (e não é "bonzinho"), então a probabilidade de que este consumidor é um fã deste autor é alta.
- a rede pode descontar, então, os 5s deste consumidor para um determinado autor.

Modelos probabilísticos relacionais

- O modelo pode ficar ainda mais realista: e.g. suponha que um consumidor honesto, que é fã de um determinado autor, sempre da nota 5 para seus livros, independente da qualidade:

$$
\begin{aligned}
&\mathit{Recommendation}(c, b) \sim \\
&\qquad\qquad \mathit{if}\ \ \mathit{Honest}(c)\ \ \mathit{then} \\
&\qquad\qquad\qquad \mathit{if}\ \mathit{Fan}(c, \mathit{Author}(b))\ \mathit{then}\ \mathit{Exactly}(5) \\
&\qquad\qquad\qquad \mathit{HonestRecCPT}(\mathit{Kindness}(c), \mathit{Quality}(b)) \\
&\qquad\qquad \mathit{else}\langle 0.4, 0.1, 0.0, 0.1, 0.4\rangle
\end{aligned}
$$

- novamente, $\mathit{Fan}(c, \mathit{Author}(b))$ não precisa ser conhecido, porém se um consumidor somente pontua 5s a um determinado autor (e não é "bonzinho"), então a probabilidade de que este consumidor é um fã deste autor é alta.
- a rede pode descontar, então, os 5s deste consumidor para um determinado autor.

Modelos probabilísticos relacionais

- O modelo pode ficar ainda mais realista: e.g. suponha que um consumidor honesto, que é fã de um determinado autor, sempre da nota 5 para seus livros, independente da qualidade:

$$
\begin{aligned}
&\textit{Recommendation}(c, b) \sim \\
&\qquad\qquad \textit{if} \;\; \textit{Honest}(c) \;\; \textit{then} \\
&\qquad\qquad\qquad \textit{if } \textit{Fan}(c, \textit{Author}(b)) \textit{ then } \textit{Exactly}(5) \\
&\qquad\qquad\qquad \textit{HonestRecCPT}(\textit{Kindness}(c), \textit{Quality}(b)) \\
&\qquad\qquad \textit{else}\langle 0.4, 0.1, 0.0, 0.1, 0.4 \rangle
\end{aligned}
$$

- novamente, $\textit{Fan}(c, \textit{Author}(b))$ não precisa ser conhecido, porém se um consumidor somente pontua 5s a um determinado autor (e não é "bonzinho"), então a probabilidade de que este consumidor é um fã deste autor é alta.
- a rede pode descontar, então, os 5s deste consumidor para um determinado autor.

Modelos probabilísticos relacionais

- O modelo pode ficar ainda mais realista: e.g. suponha que um consumidor honesto, que é fã de um determinado autor, sempre da nota 5 para seus livros, independente da qualidade:

$$
\begin{aligned}
& \mathit{Recommendation}(c, b) \sim \\
& \qquad \textit{if} \;\; \mathit{Honest}(c) \;\; \textit{then} \\
& \qquad\quad \textit{if } \mathit{Fan}(c, \mathit{Author}(b)) \textit{ then } \mathit{Exactly}(5) \\
& \qquad\quad \mathit{HonestRecCPT}(\mathit{Kindness}(c), \mathit{Quality}(b)) \\
& \qquad \textit{else} \langle 0.4, 0.1, 0.0, 0.1, 0.4 \rangle
\end{aligned}
$$

- novamente, $\mathit{Fan}(c, \mathit{Author}(b))$ não precisa ser conhecido, porém se um consumidor somente pontua 5s a um determinado autor (e não é “bonzinho”), então a probabilidade de que este consumidor é um fã deste autor é alta.
- a rede pode descontar, então, os 5s deste consumidor para um determinado autor.

Modelos probabilísticos relacionais

- no exemplo anterior assumimos implicitamente que $Author(b)$ é conhecido para todo b, mas isso não é sempre o caso;
- como o sistema pode então fazer inferências sobre se C_1 é fã do $Author(B_2)$ quando $Author(B_2)$ não é conhecido?
- o sistema deve considerar todos os possíveis autores!
- suponha (por simplicidade) que $Author(B_2)$ possa ter somente dois valores A_1 e A_2, e é um pai de $Recommendation(C_1, B_2)$
- as variáveis $Fan(C_1, A_1)$ e $Fan(C_1, A_2)$ são pais também.

Modelos probabilísticos relacionais

- no exemplo anterior assumimos implicitamente que $Author(b)$ é conhecido para todo b, mas isso não é sempre o caso;
- como o sistema pode então fazer inferências sobre se C_1 é fã do $Author(B_2)$ quando $Author(B_2)$ não é conhecido?
- o sistema deve considerar todos os possíveis autores!
- suponha (por simplicidade) que $Author(B_2)$ possa ter somente dois valores A_1 e A_2, e é um pai de $Recommendation(C_1, B_2)$
- as variáveis $Fan(C_1, A_1)$ e $Fan(C_1, A_2)$ são pais também.

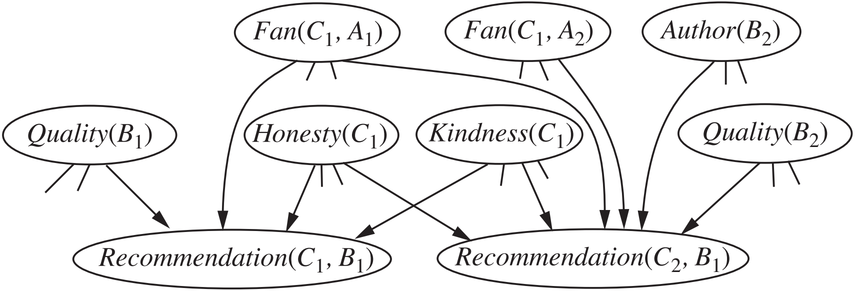
Modelos probabilísticos relacionais

- no exemplo anterior assumimos implicitamente que $Author(b)$ é conhecido para todo b, mas isso não é sempre o caso;
- como o sistema pode então fazer inferências sobre se C_1 é fã do $Author(B_2)$ quando $Author(B_2)$ não é conhecido?
- o sistema deve considerar todos os possíveis autores!
- suponha (por simplicidade) que $Author(B_2)$ possa ter somente dois valores A_1 e A_2, e é um pai de $Recommendation(C_1, B_2)$
- as variáveis $Fan(C_1, A_1)$ e $Fan(C_1, A_2)$ são pais também.

Modelos probabilísticos relacionais

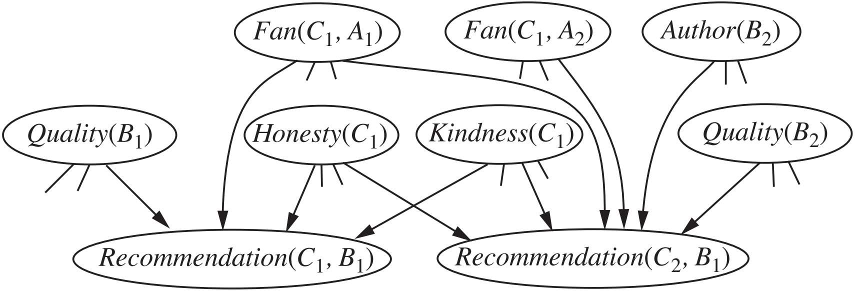
- no exemplo anterior assumimos implicitamente que $Author(b)$ é conhecido para todo b, mas isso não é sempre o caso;
- como o sistema pode então fazer inferências sobre se C_1 é fã do $Author(B_2)$ quando $Author(B_2)$ não é conhecido?
- o sistema deve considerar todos os possíveis autores!
- suponha (por simplicidade) que $Author(B_2)$ possa ter somente dois valores A_1 e A_2, e é um pai de $Recommendation(C_1, B_2)$
- as variáveis $Fan(C_1, A_1)$ e $Fan(C_1, A_2)$ são pais também.

Exemplo



- a distribuição para *Recommendation*(C_1, B_2) é um " multiplexador" em que o pai *Author*(B_2) age como um seletor que qual *Fan*(C_1, A_1) ou *Fan*(C_1, A_2) influencia na recomendação.
- a incerteza no valor de *Author*(B_2), que afeta a estrutura de dependências na rede, é um exemplo de **incerteza relacional**.

Exemplo



- a distribuição para $Recommendation(C_1, B_2)$ é um " multiplexador" em que o pai $Author(B_2)$ age como um seletor que qual $Fan(C_1, A_1)$ ou $Fan(C_1, A_2)$ influencia na recomendação.
- a incerteza no valor de $Author(B_2)$, que afeta a estrutura de dependências na rede, é um exemplo de **incerteza relacional**.

Exemplo

- como o sistema pode saber quem é o autor de B_2?
- considere a possibilidade de 3 outros consumidores, fãs de A_1 (mas sem outro autor preferido em comum) e todos deram a B_2 nota 5, mesmo que outros achem a obra mediocre
- neste caso, é provavel que A_1 seja o autor de B_2
- a possibilidade de inferências tão fortes quanto estas, a partir de um modelo MPR de somente algumas linhas é um exemplo de como influências probabilísticas se espalham pela rede de interconecções de objetos.

Exemplo

- como o sistema pode saber quem é o autor de B_2?
- considere a possibilidade de 3 outros consumidores, fãs de A_1 (mas sem outro autor preferido em comum) e todos deram a B_2 nota 5, mesmo que outros achem a obra mediocre
- neste caso, é provavel que A_1 seja o autor de B_2
- a possibilidade de inferências tão fortes quanto estas, a partir de um modelo MPR de somente algumas linhas é um exemplo de como influências probabilísticas se espalham pela rede de interconecções de objetos.

Exemplo

- como o sistema pode saber quem é o autor de B_2?
- considere a possibilidade de 3 outros consumidores, fãs de A_1 (mas sem outro autor preferido em comum) e todos deram a B_2 nota 5, mesmo que outros achem a obra mediocre
- neste caso, é provavel que A_1 seja o autor de B_2
- a possibilidade de inferências tão fortes quanto estas, a partir de um modelo MPR de somente algumas linhas é um exemplo de como influências probabilísticas se espalham pela rede de interconecções de objetos.

Exemplo

- como o sistema pode saber quem é o autor de B_2?
- considere a possibilidade de 3 outros consumidores, fãs de A_1 (mas sem outro autor preferido em comum) e todos deram a B_2 nota 5, mesmo que outros achem a obra mediocre
- neste caso, é provavel que A_1 seja o autor de B_2
- a possibilidade de inferências tão fortes quanto estas, a partir de um modelo MPR de somente algumas linhas é um exemplo de como influências probabilísticas se espalham pela rede de interconecções de objetos.

Inferência em MPR

- **unrolling**: tomar as evidências, queries e símbolos de constantes e construir a rede Bayesiana (proposicional) equivalente
- executar algum dos métodos de inferência tradicionais para RB.
- problemas óbvios:
  - a rede resultante pode ser muito extensa
  - se existem muitos candidatos para uma relação desconhecida (e.g. o autor desconhecido de B_2, algumas variáveis na rede podem ter muitos pais

Inferência em MPR

- **unrolling**: tomar as evidências, queries e símbolos de constantes e construir a rede Bayesiana (proposicional) equivalente
- executar algum dos métodos de inferência tradicionais para RB.
- problemas óbvios:
  - a rede resultante pode ser muito extensa
  - se existem muitos candidatos para uma relação desconhecida (e.g. o autor desconhecido de B_2, algumas variáveis na rede podem ter muitos pais

Inferência em MPR

- **unrolling**: tomar as evidências, queries e símbolos de constantes e construir a rede Bayesiana (proposicional) equivalente
- executar algum dos métodos de inferência tradicionais para RB.
- problemas óbvios:
  - a rede resultante pode ser muito extensa
  - se existem muitos candidatos para uma relação desconhecida (e.g. o autor desconhecido de B_2, algumas variáveis na rede podem ter muitos pais

Inferência em MPR

Algumas saídas:

1. há como melhorar os métodos tradicionais utilizando redundâncias da rede (*effective catching*)
2. desenvolver métodos de inferência que utilizem as independências dependentes de contexto
3. algoritmos baseados em MCMC possuem características interessantes em MPR:
    - como MCMC funciona por amostragem em mundos possíveis completos, em cada estado a estrutura relacional é completamente conhecida
    - e.g. cada estado/amostra do MCMC especifica um valor para a variável $Author(B_2)$. Portanto, os outros possíveis autores não são pais dos nos de recomendação em estados da rede
    - Assim para MCMC a incerteza relacional não causa aumento na complexidade da rede; mas o processo de amostragem inclui transições que mudam a estrutura relacional da rede e, portanto, as dependências probabilísticas da rede *sem variáveis* (unrolled).

Inferência em MPR

Algumas saídas:

1. há como melhorar os métodos tradicionais utilizando redundâncias da rede (*effective catching*)
2. desenvolver métodos de inferência que utilizem as independências dependentes de contexto
3. algoritmos baseados em MCMC possuem características interessantes em MPR:
   - como MCMC funciona por amostragem em mundos possíveis completos, em cada estado a estrutura relacional é completamente conhecida
   - e.g. cada estado/amostra do MCMC especifica um valor para a variável $Author(B_2)$. Portanto, os outros possíveis autores não são pais dos nos de recomendação em estados da rede
   - Assim para MCMC a incerteza relacional não causa aumento na complexidade da rede; mas o processo de amostragem inclui transições que mudam a estrutura relacional da rede e, portanto, as dependências probabilísticas da rede *sem variáveis* (unrolled).

Inferência em MPR

Algumas saídas:

1. há como melhorar os métodos tradicionais utilizando redundâncias da rede (*effective catching*)
2. desenvolver métodos de inferência que utilizem as independências dependentes de contexto
3. algoritmos baseados em MCMC possuem características interessantes em MPR:
   - como MCMC funciona por amostragem em mundos possíveis completos, em cada estado a estrutura relacional é completamente conhecida
   - e.g. cada estado/amostra do MCMC especifica um valor para a variável $Author(B_2)$. Portanto, os outros possíveis autores não são pais dos nos de recomendação em estados da rede
   - Assim para MCMC a incerteza relacional não causa aumento na complexidade da rede; mas o processo de amostragem inclui transições que mudam a estrutura relacional da rede e, portanto, as dependências probabilísticas da rede *sem variáveis* (unrolled).

Inferência em MPR

Algumas saídas:

1. há como melhorar os métodos tradicionais utilizando redundâncias da rede (*effective catching*)
2. desenvolver métodos de inferência que utilizem as independências dependentes de contexto
3. algoritmos baseados em MCMC possuem características interessantes em MPR:
    - como MCMC funciona por amostragem em mundos possíveis completos, em cada estado a estrutura relacional é completamente conhecida
    - e.g. cada estado/amostra do MCMC especifica um valor para a variável $Author(B_2)$. Portanto, os outros possíveis autores não são pais dos nos de recomendação em estados da rede
    - Assim para MCMC a incerteza relacional não causa aumento na complexidade da rede; mas o processo de amostragem inclui transições que mudam a estrutura relacional da rede e, portanto, as dependências probabilísticas da rede *sem variáveis* (unrolled).

Inferência em MPR

Algumas saídas:

1. há como melhorar os métodos tradicionais utilizando redundâncias da rede (*effective catching*)
2. desenvolver métodos de inferência que utilizem as independências dependentes de contexto
3. algoritmos baseados em MCMC possuem características interessantes em MPR:
   - como MCMC funciona por amostragem em mundos possíveis completos, em cada estado a estrutura relacional é completamente conhecida
   - e.g. cada estado/amostra do MCMC especifica um valor para a variável $Author(B_2)$. Portanto, os outros possíveis autores não são pais dos nos de recomendação em estados da rede
   - Assim para MCMC a incerteza relacional não causa aumento na complexidade da rede; mas o processo de amostragem inclui transições que mudam a estrutura relacional da rede e, portanto, as dependências probabilísticas da rede *sem variáveis* (unrolled).

Inferência em MPR

Algumas saídas:

1. há como melhorar os métodos tradicionais utilizando redundâncias da rede (*effective catching*)
2. desenvolver métodos de inferência que utilizem as independências dependentes de contexto
3. algoritmos baseados em MCMC possuem características interessantes em MPR:
   - como MCMC funciona por amostragem em mundos possíveis completos, em cada estado a estrutura relacional é completamente conhecida
   - e.g. cada estado/amostra do MCMC especifica um valor para a variável $Author(B_2)$. Portanto, os outros possíveis autores não são pais dos nos de recomendação em estados da rede
   - Assim para MCMC a incerteza relacional não causa aumento na complexidade da rede; mas o processo de amostragem inclui transições que mudam a estrutura relacional da rede e, portanto, as dependências probabilísticas da rede *sem variáveis* (unrolled).

Lógica probabilística proposicional: draft

- sintaxe: um vocabulário Φ: conjunto de proposições; conjunto de conectivos usuais
- semântica: tabelas verdades
- probabilidades são atribuidas a fórmulas (proposições)"
  - $P(\phi) = \alpha$ (prob. de todas as atribuições de valores que fazem ϕ verdadeira)
  - $P(\theta) \geq \beta$

Lógica probabilística proposicional: draft

- sintaxe: um vocabulário Φ: conjunto de proposições; conjunto de conectivos usuais
- semântica: tabelas verdades
- probabilidades são atribuidas a fórmulas (proposições)”
  - $P(\phi) = \alpha$ (prob. de todas as atribuições de valores que fazem ϕ verdadeira)
  - $P(\theta) \geq \beta$

Lógica probabilística proposicional: draft

- o espaço de probabilidades será o conjunto de atribuições: $\Omega = \{$w: w é uma atribuição a $\phi\}$ e $P(\phi) = \alpha$
- significa: $P(\{w : w \in \Omega \wedge w \models \phi\}) = \alpha$, onde $w \models \phi$ significa que ϕ é verdadeira na atribuição w
- essas asserções são restrições lineares sobre $p_k = p(w_k)$, pois $\sum_{k:w_k \models \phi} p_k = \alpha$
- o problema de satisfação probabilística é calculas $p(\theta)$ para uma fórmula ϕ, a partir de asserções $p(\phi_i) \geq \alpha_i$
- esse é um problema de prog. linear: max/min $\sum_{w_k \models \phi} p_k$ tal que
  - $p_k \geq 0$,
  - $\sum_k p_k = 1$ e
  - $\sum_k p_k \geq \alpha_i$

Lógica probabilística proposicional: draft

- o espaço de probabilidades será o conjunto de atribuições: $\Omega =$ {w: w é uma atribuição a ϕ} e $P(\phi) = \alpha$
- significa: $P(\{w : w \in \Omega \wedge w \models \phi\}) = \alpha$, onde $w \models \phi$ significa que ϕ é verdadeira na atribuição w
- essas asserções são restrições lineares sobre $p_k = p(w_k)$, pois $\sum_{k:w_k \models \phi} p_k = \alpha$
- o problema de satisfação probabilística é calculas $p(\theta)$ para uma fórmula ϕ, a partir de asserções $p(\phi_i) \geq \alpha_i$
- esse é um problema de prog. linear: max/min $\sum_{w_k \models \phi} p_k$ tal que
  - $p_k \geq 0$,
  - $\sum_k p_k = 1$ e
  - $\sum_k p_k \geq \alpha_i$

Lógica probabilística proposicional: draft

- o espaço de probabilidades será o conjunto de atribuições: $\Omega =$ {w: w é uma atribuição a ϕ} e $P(\phi) = \alpha$
- significa: $P(\{w : w \in \Omega \wedge w \models \phi\}) = \alpha$, onde $w \models \phi$ significa que ϕ é verdadeira na atribuição w
- essas asserções são restrições lineares sobre $p_k = p(w_k)$, pois $\sum_{k: w_k \models \phi} p_k = \alpha$
- o problema de satisfação probabilística é calculas $p(\theta)$ para uma fórmula ϕ, a partir de asserções $p(\phi_i) \geq \alpha_i$
- esse é um problema de prog. linear: max/min $\sum_{w_k \models \phi} p_k$ tal que
    - $p_k \geq 0$,
    - $\sum_k p_k = 1$ e
    - $\sum_k p_k \geq \alpha_i$

Lógica probabilística proposicional: draft

- o espaço de probabilidades será o conjunto de atribuições: $\Omega =$ {w: w é uma atribuição a ϕ} e $P(\phi) = \alpha$
- significa: $P(\{w : w \in \Omega \wedge w \models \phi\}) = \alpha$, onde $w \models \phi$ significa que ϕ é verdadeira na atribuição w
- essas asserções são restrições lineares sobre $p_k = p(w_k)$, pois $\sum_{k:w_k \models \phi} p_k = \alpha$
- o problema de satisfação probabilística é calculas $p(\theta)$ para uma fórmula ϕ, a partir de asserções $p(\phi_i) \geq \alpha_i$
- esse é um problema de prog. linear: max/min $\sum_{w_k \models \phi} p_k$ tal que
  - $p_k \geq 0$,
  - $\sum_k p_k = 1$ e
  - $\sum_k p_k \geq \alpha_i$

Para saber mais

Métodos de solução:

- Scozzafava; Vincis
- Poggi de Aragão et al.
- Hansen, Jaumard. Probabilistic Satisfiability

Lógica Probabilística de 1a ordem (draft)

- sintaxe: $P(\phi) = \alpha$ onde ϕ é uma fórmula de 1a ordem
- semântica: estrutura relacional
  - Domínio D
  - função de atribuição:
    - associa uma constante a um indivído
    - cada relação a um conjunto de tuplas em D
    - cada função a uma função em D
  - $P(\{w_k : w_k \models \phi\}) = \alpha$
  - pode-se portanto associar probabilidades a conjuntos de indivíduos no domínio, e.g.:
    - $\forall x\ filho(x, y) \geq 0.9$
    - $\forall y\ filho(x, y) \geq 0.9$
    - $\forall x\ filho(x, y) \geq 0.9$

Lógica Probabilística de 1a ordem (draft)

- sintaxe: $P(\phi) = \alpha$ onde ϕ é uma fórmula de 1a ordem
- semântica: estrutura relacional
  - Domínio D
  - função de atribuição:
    - associa uma constante a um indivído
    - cada relação a um conjunto de tuplas em D
    - cada função a uma função em D
  - $P(\{w_k : w_k \models \phi\}) = \alpha$
  - pode-se portanto associar probabilidades a conjuntos de indivíduos no domínio, e.g.:
    - $\forall x \; filho(x, y) \geq 0.9$
    - $\forall y \; filho(x, y) \geq 0.9$
    - $\forall x \; filho(x, y) \geq 0.9$

Lógica Probabilística de 1a ordem (draft)

- sintaxe: $P(\phi) = \alpha$ onde ϕ é uma fórmula de 1a ordem
- semântica: estrutura relacional
  - Domínio D
  - função de atribuição:
    - associa uma constante a um indivído
    - cada relação a um conjunto de tuplas em D
    - cada função a uma função em D
  - $P(\{w_k : w_k \models \phi\}) = \alpha$
  - pode-se portanto associar probabilidades a conjuntos de indivíduos no domínio, e.g.:
    - $\forall x \; filho(x, y) \geq 0.9$
    - $\forall y \; filho(x, y) \geq 0.9$
    - $\forall x \; filho(x, y) \geq 0.9$

Lógica Probabilística de 1a ordem (draft)

- sintaxe: $P(\phi) = \alpha$ onde ϕ é uma fórmula de 1a ordem
- semântica: estrutura relacional
  - Domínio D
  - função de atribuição:
    - associa uma constante a um indivído
    - cada relação a um conjunto de tuplas em D
    - cada função a uma função em D
  - $P(\{w_k : w_k \models \phi\}) = \alpha$
  - pode-se portanto associar probabilidades a conjuntos de indivíduos no domínio, e.g.:
    - $\forall x \; filho(x, y) \geq 0.9$
    - $\forall y \; filho(x, y) \geq 0.9$
    - $\forall x \; filho(x, y) \geq 0.9$

Lógica Probabilística de 1a ordem (draft)

- sintaxe: $P(\phi) = \alpha$ onde ϕ é uma fórmula de 1a ordem
- semântica: estrutura relacional
  - Domínio D
  - função de atribuição:
    - associa uma constante a um indivído
    - cada relação a um conjunto de tuplas em D
    - cada função a uma função em D
  - $P(\{w_k : w_k \models \phi\}) = \alpha$
  - pode-se portanto associar probabilidades a conjuntos de indivíduos no domínio, e.g.:
    - $\forall x\ filho(x, y) \geq 0.9$
    - $\forall y\ filho(x, y) \geq 0.9$
    - $\forall x\ filho(x, y) \geq 0.9$

Lógica Probabilística de 1a ordem (draft)

- sintaxe: $P(\phi) = \alpha$ onde ϕ é uma fórmula de 1a ordem
- semântica: estrutura relacional
  - Domínio D
  - função de atribuição:
    - associa uma constante a um indivído
    - cada relação a um conjunto de tuplas em D
    - cada função a uma função em D
  - $P(\{w_k : w_k \models \phi\}) = \alpha$
  - pode-se portanto associar probabilidades a conjuntos de indivíduos no domínio, e.g.:
    - $\forall x \; filho(x, y) \geq 0.9$
    - $\forall y \; filho(x, y) \geq 0.9$
    - $\forall x \; filho(x, y) \geq 0.9$

Lógica Probabilística de 1a ordem (draft)

- sintaxe: $P(\phi) = \alpha$ onde ϕ é uma fórmula de 1a ordem
- semântica: estrutura relacional
  - Domínio D
  - função de atribuição:
    - associa uma constante a um indivído
    - cada relação a um conjunto de tuplas em D
    - cada função a uma função em D
  - $P(\{w_k : w_k \models \phi\}) = \alpha$
  - pode-se portanto associar probabilidades a conjuntos de indivíduos no domínio, e.g.:
    - $\forall x \; filho(x, y) \geq 0.9$
    - $\forall y \; filho(x, y) \geq 0.9$
    - $\forall x \; filho(x, y) \geq 0.9$

para saber mais

- J. Halpern. Reasoning about uncertainty, 2003
- Baccus, (c.1980)