

GPC ADAPTATIVO BASADO EN EL PREDICTOR DE SMITH PARA PROCESOS CON RETARDO VARIABLE

JULIO E. NORMEY-RICO

Dpto. Automação e Sistemas. Univ. Fed. de Santa Catarina, CEP 88040-900, Florianópolis-SC, Brazil. E-mail: julio@das.ufsc.br

Resumen— Este trabajo presenta un control predictivo adaptativo basado en el predictor de Smith para controlar procesos con retardo dominante y variable. El algoritmo utiliza un ajuste robusto del controlador predictivo y un módulo de estimación del retardo variable del proceso para ajustar el modelo del retardo en el predictor. Resultados de simulación sobre un sistema de control de temperatura con caudal variable muestran que el controlador propuesto permite obtener un buen compromiso entre robustez y prestaciones.

Abstract— This paper presents an adaptive Smith predictor generalized predictive controller specially designed to control processes with dominant and variable dead-time. The algorithm uses a robust tuning of the Smith predictor generalized predictive controller and a separate module to estimate the variable dead-time used in the predictor of the controller. Some simulation results using a model of a stirred tank heater and a pipe are presented to illustrate the performance and robustness of the proposed algorithm.

Key Words— predictors, GPC, robustness, dead time systems.

1 Introducción

El control predictivo basado en modelo ("Model Predictive Control", MPC) es una de las técnicas de control moderno más potentes y quizás la que ha tenido más éxito en aplicaciones industriales (Takatsu et al., 1998). Las principales razones del mismo se deben fundamentalmente a que: puede ser aplicada tanto a sistemas monovariantes como multivariantes, las acciones de control por prealimentación pueden ser incluidas en el algoritmo de forma directa, las restricciones en las variables de entrada y salida de la planta pueden ser consideradas en tiempo real en el controlador y además, por la propia definición del algoritmo, puede ser usado para controlar procesos con retardo.

El MPC no es una estrategia de control específica, sino que se trata de un campo muy amplio de métodos de control desarrollados en torno a unas ideas comunes. Dentro de la "familia MPC" existen algunos algoritmos que surgieron en el medio académico, generalmente relacionados al control adaptativo. En este grupo, donde debemos incluir al control predictivo generalizado ("Generalized Predictive Controller", GPC) (Clarke et al., 1987), la planta y las perturbaciones son representadas por un modelo autorregresivo integrado y de media móvil (normalmente denominado en la literatura inglesa modelo CARIMA (Goodwin y Sin, 1984)), mientras que las predicciones de la salida del proceso se calculan usando predictores óptimos. Una de las ventajas de este enfoque es que el modelo CARIMA es general y permite obtener una representación con menor número de parámetros (principalmente en el caso de procesos con retardo). Además en este tipo de controladores, la robustez frente a los errores de modelado y ruido de medición puede ser considerada en el algoritmo a través de la utilización de

polinomios de filtrado (Clarke y Mothadi, 1989).

El GPC es uno de los controladores que ha recibido más atención en los últimos años. Se han escrito muchos artículos analizando su comportamiento y su robustez (Clarke et al., 1987; Clarke y Mothadi, 1989; Robinson y Clarke, 1991; Yoon y Clarke, 1995; Ansay y Wertz, 1997). Sin embargo, a pesar de que el GPC puede ser utilizado para controlar procesos con retardo, estos trabajos no le prestan la suficiente atención a los problemas de robustez debidos a los errores de estimación del retardo del sistema. Solamente muy recientemente algunos trabajos han sido publicados considerando el problema de la robustez del GPC para procesos con grandes retardos (Normey-Rico et al., 1998; Normey-Rico y Camacho, 1999). Como resultado de este análisis fue propuesto un algoritmo de control predictivo basado en el predictor de Smith que permite obtener un buen compromiso entre robustez y prestaciones y utiliza una metodología simple para el ajuste. Este algoritmo fue utilizado con éxito para el control de sistemas con grandes retardos, inclusive en el caso multivariable, siempre que los errores de estimación del retardo fuesen acotados a valores próximos a 30% de su valor nominal (Normey-Rico y Camacho, 2000).

Sin embargo existen en la industria un gran número de procesos que presentan retardos muy variables entre la entrada y la salida. Un caso muy común es, por ejemplo, el de transporte de fluidos por tuberías donde el retardo es función del caudal. En estos sistemas las variaciones del retardo son tan grandes que exigirían la utilización de ajustes muy conservadores del controlador predictivo para garantizar el funcionamiento estable en todas las fajas de operación. Por consiguiente, el sistema tendría un comportamiento dinámico

caracterizado por respuestas muy lentas. Afortunadamente, en la mayoría de estos procesos el retardo es función de algunas variables que pueden ser medidas o estimadas. De esta forma, es posible implementar un algoritmo que estime el valor del retardo y adapte la ley de control predictivo para mejorar tanto las prestaciones como la robustez.

Este trabajo propone dos innovaciones con relación al algoritmo SPGPC: por un lado se estudia el efecto de los parámetros de ajuste del controlador en la robustez de sistemas con retardo dominante, luego se propone una estrategia para adaptar el ajuste del controlador SPGPC cuando el retardo del proceso es variable en el tiempo.

La presentación del artículo tiene la siguiente secuencia. Primero se revisa el algoritmo SPGPC. En seguida se estudia el ajuste robusto para procesos con grandes retardos. En el cuarto apartado se analiza el problema del retardo variable y se presenta el modelo utilizado para estimarlo. A continuación, se presentan resultados de simulación que ilustran los estudios realizados y finalmente, en el último apartado se presentan las conclusiones del artículo.

2 El algoritmo SPGPC

El algoritmo de control predictivo generalizado basado en el predictor de Smith, ("Smith Predictor based Generalized Predictive Controller", SPGPC), presentado en su versión monovariable en (Normey-Rico et al., 1998; Normey-Rico y Camacho, 1999), posee un conjunto de propiedades que lo tornan más atractivo que el tradicional GPC para ser utilizado en el control de procesos industriales estables.

El algoritmo SPGPC utiliza, como el GPC, una secuencia de controles que minimizan una función de coste:

$$J = \sum_{j=N_1}^{N_2} \delta(j) [\hat{y}(t+j | t) - w(t+j)]^2 + \sum_{j=1}^N \lambda(j) [\Delta u(t+j-1)]^2, \quad (1)$$

donde N es el horizonte de control, N_1 y N_2 son los horizontes de predicción, $\delta(j)$ y $\lambda(j)$ son las secuencias de ponderación (que en este trabajo se elijen $\delta(j) = 1$, $\lambda(j) = \lambda$), $w(t+j)$ es la referencia futura y $\hat{y}(t+j | t)$ es la predicción en $t+j$ calculada en el tiempo t usando un modelo incremental de la planta:

$$\Delta A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})\Delta u(t-1), \quad (2)$$

y considerando conocidas las predicciones de la salida hasta $t+d$ (d representa el retardo del sistema). En esta ecuación $\Delta = 1 - z^{-1}$ y

$$A(z^{-1}) = 1 + a_1z^{-1} + a_2z^{-2} + \dots + a_naz^{-na},$$

$$B(z^{-1}) = b_0 + b_1z^{-1} + b_2z^{-2} + \dots + b_nbz^{-nb}.$$

Usando este procedimiento y en la ausencia de restricciones, la ley de control óptima se resume a la siguiente ecuación en diferencias finitas (Normey-Rico et al., 1998):

$$\Delta u(t) = \sum_{i=1}^{na+1} ly_i \hat{y}(t+d-i+1 | t) + \sum_{i=1}^{nb} lu_i \Delta u(t-i) + \sum_{i=1}^N f_i w(t+d+i), \quad (3)$$

donde ly_i , lu_i y f_i son coeficientes calculados a partir de los a_i , b_i y del ajuste de las ponderaciones y horizontes. Las predicciones de la salida de la planta se calculan usando el mismo procedimiento que en el predictor de Smith (Smith, 1958):

- se calcula la predicción $\hat{y}_o(t+d-i | t)$ para $i = 0, 1, \dots, na$ usando el modelo de bucle abierto de la planta $A(z^{-1})y(t) = z^{-d}B(z^{-1})u(t-1)$;
- se corrige cada predicción de bucle abierto sumándole la diferencia entre la salida del modelo y la del proceso, esto es, para $i = 0, 1, \dots, na$ se calcula:

$$\hat{y}(t+d-i | t) = \hat{y}_o(t+d-i | t) + y(t-i) - \hat{y}_o(t-i). \quad (4)$$

Para mejorar la robustez del sistema es posible incluir un filtro pasa bajos F en el controlador que se utiliza para filtrar el error entre el modelo y el proceso $e(i) = y(t-i) - \hat{y}_o(t-i)$ antes de sumarlo al valor de la predicción en bucle abierto (Normey-Rico y Camacho, 1999). F puede usarse para aumentar el valor del índice de robustez del sistema de control en la franja de frecuencias deseada sin alterar el comportamiento nominal a los cambios de consigna, aunque si modifica el rechazo de perturbaciones, como sucede también en el GPC (Yoon y Clarke, 1995).

A pesar de que la metodología de proyecto del SPGPC ha sido estudiada, el ajuste de sus parámetros para procesos con retardo dominante no ha sido analizado con detalles. Este problema y el de la estimación del retardo variable en el tiempo son analizados en los próximos apartados.

3 Control de sistemas con retardo dominante y variable

Los retardos entre las variables de entrada y salida de los procesos aparecen en muchas plantas industriales, sistemas biológicos y también en sistemas económicos o sociales. En la práctica, hay muchos procesos industriales donde el retardo es causado por el transporte de material o energía dentro del

sistema. En estos casos, el retardo puede ser estimado razonablemente usando, por ejemplo, la medida de la velocidad de transporte del material, y considerando que el retardo varía de forma inversa a la velocidad.

En este apartado se estudian dos problemas. Primero se analiza el ajuste de los parámetros del controlador predictivo para el caso de sistemas con retardo dominante suponiendo que este es estimado con un error que puede ser acotado. En la segunda parte, se analizan las características de un sistema de control de caudal y temperatura y se plantea un modelo de estimación del retado variable del sistema para el proyecto de una ley de control adaptativo.

3.1 Ajuste robusto de los parámetros del SPGPC

Como fue mencionado, el ajuste del controlador predictivo depende fundamentalmente de los horizontes de control, de las ponderaciones y de los filtros del predictor. En este trabajo el análisis del ajuste de estos parámetros considera que el proceso a controlar tiene retardo dominante y que el resto de su dinámica puede aproximarse por un sistema de primer orden. Este modelo, que es uno de los más utilizados para representar dinámicas monovariantes en procesos industriales, puede representarse por:

$$P_n(s) = \frac{K}{1 + s\tau} e^{-n\tau s},$$

donde la condición de retardo dominante es generalmente impuesta considerando que $n > 2$. Para este tipo de sistemas el objetivo del control es conseguir una respuesta con ganancia uno y con una dinámica nominal sin oscilaciones y con constante de tiempo similar a la de lazo abierto. Con estas condiciones se propone elegir el período de muestreo como $T_s = \tau/5$, lo que genera un modelo discreto del proceso y mantenedor de orden zero dado por:

$$P_n(z) = \frac{K(0.1813)}{z - 0.8187} z^{-d},$$

donde d es la parte entera de $5n$. En este modelo discreto se ha despreciado el error menor que T_s cometido en esta aproximación dado que es siempre mucho menor que el error que se comete en la estimación del retardo total del sistema.

Aún teniendo en cuenta el tipo de proceso en estudio, los horizontes del SPGPC se elijen como $N_1 = d + 1$, $N_2 = d + N$, de forma tal que solamente se consideran las predicciones después de transcurrido el tiempo muerto y se simplifica el ajuste a un único horizonte. El valor de N se elije entonces considerando una ventana de tiempo que capture la dinámica transitoria del sistema. En este caso, utilizando un $N = 15$ es posible incluir en la predicción cerca del 95% de la evolución transitoria.

Con estos parámetros ya fijados, el ajuste final del control se hace eligiendo adecuadamente λ y el filtro de robustez F . Para ello se estudia a continuación la robustez del sistema en bucle cerrado. Suponiendo que el módulo del error de modelado, relativo al modelo del proceso, puede acotarse en el dominio de la frecuencia por una función $\delta P(\omega)$. Así, la condición de estabilidad robusta del control es, $\forall \omega \in [0, \pi/T]$, (Morari y Zafriou, 1989):

$$\delta P(\omega) < I_r(\omega) = \frac{|1 + C(e^{j\omega})G_n(e^{j\omega})|}{|C(e^{j\omega})G_n(e^{j\omega})F(e^{j\omega})|} \quad (5)$$

donde G_n es el modelo del proceso sin retardo y C es el control primario equivalente del controlador SPGPC como se muestra en la figura 1.

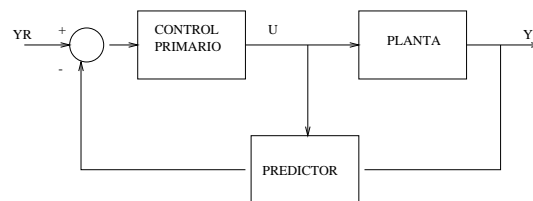


Figura 1. Estructura del SPGPC.

En este esquema, C depende apenas del modelo sin retardo y de λ (Normey-Rico y Camacho, 1999). El efecto de λ en la robustez del sistema se estudia analizando la forma de $I_r(\omega)$ para diferentes valores de λ con $F = 1$ (ver figura 2) y para $\lambda = 1$ y diferentes filtros del tipo $F = \frac{(1-\beta)z}{z-\beta}$ (ver figura 3). En una tercera figura (figura 4) se muestran los valores de δP para diferentes valores de n , una ganancia fija y errores en la estimación del retardo de 20%. Como se

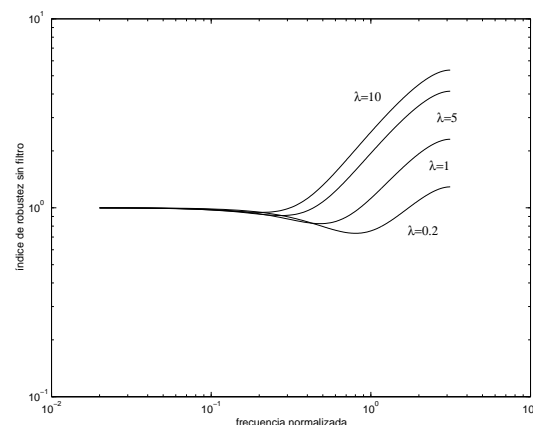


Figura 2. I_r para variaciones de λ .

observa de las figuras el ajuste de λ no permite mejorar la robustez del controlador en la faja de frecuencias de interés, donde el error de modelado es mas importante (entre 0.1 y 1). Por otro lado, el ajuste del filtro de robustez si permite modificar considerablemente el I_r en la misma faja. La

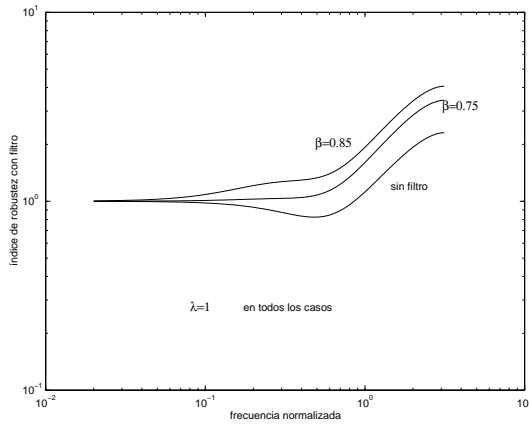


Figura 3. I_r para variaciones de β .

otra ventaja de usar el filtro para este propósito es que el comportamiento nominal del sistema al seguimiento de consignas no se modifica. Este es-

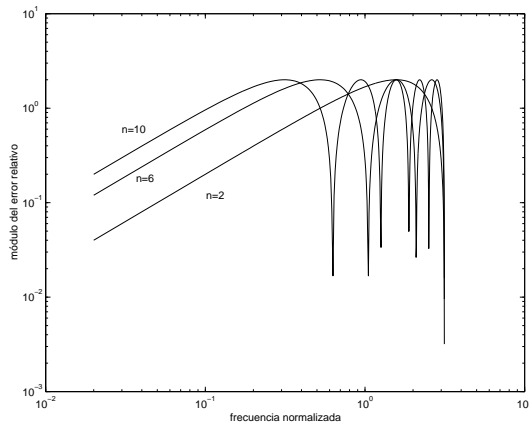


Figura 4. Error de modelado δP .

tudio muestra una característica importante del control de sistemas con retardo dominante que se contrapone a los casos donde d es pequeño y el ajuste de λ permite conseguir índices de robustez adecuados (Bordons y Camacho, 1998).

A partir de estos resultados se propone aquí utilizar un ajuste fijo de $\lambda = 1$ y un filtro pasa bajos del tipo polo-cero múltiple:

$$F(z) = \left[\frac{(1-\beta)z}{z-\beta} \frac{z-\beta+0.1}{1.1-\beta} \right]^m$$

El zero es colocado a una distancia fija del polo para limitar la atenuación del filtro en alta frecuencia. Finalmente, β y m se ajustan para conseguir la condición de robustez deseada. A modo de ejemplo, en la figura 5 se muestra el ajuste de F para la condición límite de estabilidad en dos procesos con retardos diferentes. Como era esperado, es necesario utilizar un filtro más pasa bajos en el caso con mayor retardo nominal. En la práctica, para obtener respuestas no oscilatorias y no apenas estables, es necesario ajustar el

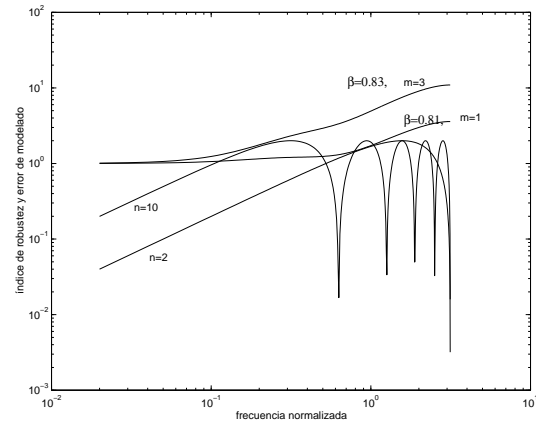


Figura 5. Índice de robustez I_r y error de modelado δP .

filtro para mantener una distancia mínima entre I_r y δP .

3.2 Estimador del retardo del sistema y ley adaptativa

En los sistemas donde el retardo es dominante y puede variar de forma significativa durante el funcionamiento del sistema es necesario que se utilice alguna estrategia adaptativa de estimación del retardo d que permita acotar los errores de modelado. Debe destacarse aquí que en el SPGPC propuesto el ajuste de la respuesta nominal es independiente de d y que solamente el predictor y el filtro de robustez deben ser ajustados en tiempo real, por lo que la implementación del algoritmo de control no requiere una carga de cálculo alta.

Para el estudio del control de sistemas con retardo dominante y variable se considera aquí un proceso de calentamiento de fluidos con control de temperatura y caudal. El sistema consiste en un circuito donde el fluido caliente se hace circular por medio de una bomba desde el tanque de calentamiento hacia un intercambiador de calor. El objetivo del sistema de control es mantener la temperatura del fluido a la entrada del intercambiador en los valores deseados, independientemente de las variaciones de caudal impuestas por el usuario del sistema. Para ello se utiliza como variable de control la potencia del sistema de calentamiento.

El comportamiento dinámico del sistema potencia-caudal-temperatura puede ser modelado en bajas frecuencias por un sistema de primer orden con retardo. El retardo L del modelo se utiliza en este caso para representar dos características diferentes del proceso: (i) una parte del retardo del modelo (L_0) representa el efecto de la dinámica de mayor orden del sistema; (ii) la otra parte del retardo modela el verdadero retardo existente en el sistema debido al tiempo de tránsito del fluido por la tubería y es función del volumen (V) de la tubería y del caudal que circula por ella (f).

Así, el retardo estimado L se puede calcular

como $L = L_0 + g(f)$, donde $g(f)$ representa la función que relaciona al retardo con f . En estos sistemas la componente variable del retardo $g(f)$ puede ser mucho mayor que L_0 y es variable en el tiempo. Para analizar el efecto del retardo variable, se calculará primero la relación entre el caudal y el retardo y posteriormente se presentará la ley de control que calcula el valor de d que se utiliza en el predictor para compensar los efectos en las variaciones del retardo real de la planta.

En condiciones de caudal constante $f = f_m$, el tiempo de residencia del fluido dentro de la tubería puede ser calculado fácilmente como $tr = V/f_m$. Sin embargo, en situaciones normales de operación las referencias de temperatura y de caudal varían constantemente y por lo tanto el tiempo de residencia debe ser calculado como el límite superior de la integral que se muestra en la ecuación (6) que calcula el volumen de la tubería como la integral del caudal en el tiempo:

$$V = \int_0^{t_r} f(t) dt. \quad (6)$$

Dado que en el sistema de control discreto el caudal se cambia a cada instante de muestreo, se puede aproximar el tiempo de residencia como el número n_0 de períodos de muestreo necesarios para que el fluido pase por el volumen V de la tubería. A cada instante de muestreo k el controlador calcula un valor para el caudal $f(k)$. Así, el volumen $dv(k)$ ocupado en un período de muestreo (T_s) puede ser calculado como $dv(k) = T_s f(k)$. Usando una aproximación discreta de la integral del caudal, se puede calcular el valor de n_0 en cada instante de muestreo como el límite superior de la suma que aproxima a la integral de la ecuación (6):

$$V = \int_0^{t_r} f(t) dt \rightarrow \sum_{i=1}^{i=n_0} f(i) = V/T_s, \quad (7)$$

donde los valores $f(i)$ representan los caudales pasados ($f(1)$ es el caudal actual, $f(2)$ es el caudal del instante anterior y consecuentemente, $f(n)$ es el caudal impuesto n_0 instantes antes) y la suma de la ecuación (7) se calcula hasta que se obtiene un valor próximo de V/T_s . En ese momento el valor de n_0 verificará que $nT_s \approx t_r$.

Una vez calculado el valor de n_0 por el procedimiento anterior, es posible estimar el valor del retardo total como:

$$L = L_0 + n_0 T_s \quad d = \text{Entero}\{L_0/T_s\} + n_0. \quad (8)$$

En general, el valor estimado de d no será igual al retardo real del sistema por lo que el filtro de robustez debe ajustarse para garantizar el buen funcionamiento del sistema en bucle cerrado. La estructura completa del sistema de control SPGPC adaptativo propuesto se muestra en la figura 6.

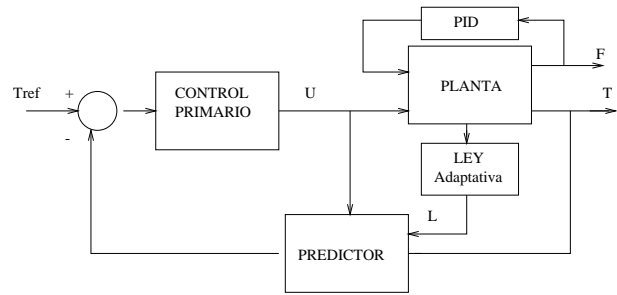


Figura 6. Estructura del sistema con la ley adaptativa.

4 Resultados de simulación

Para mostrar las cualidades del algoritmo de control propuesto se considera en este apartado el control de temperatura y caudal de agua en la entrada de un intercambiador de calor como se ve en la figura 7. El agua caliente proviene de un

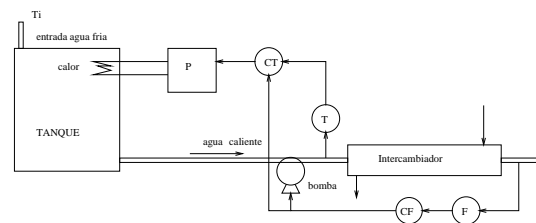


Figura 7. Estructura del sistema.

tanque de calentamiento que se encuentra a una cierta distancia del intercambiador. Para la aplicación concreta se desea alimentar el intercambiador con agua con una determinada temperatura y caudal. La temperatura del agua se manipula con la potencia de calentamiento del tanque Q , mientras que el caudal se controla utilizando una bomba. El control de caudal, que no posee retardo en su dinámica, se realiza con un PI y el SPGPC se utiliza para el control de temperatura. El modelo de simulación del conjunto se construye a partir de las ecuaciones diferenciales no lineales que rigen el comportamiento dinámico del sistema (Stephanopoulos, 1984), agregando ruido de medición.

Utilizando ensayos de respuesta al escalón del sistema no lineal se obtuvo un modelo de primer orden con retardo:

$$P_n(s) = \frac{2e^{-1.5s}}{1 + 3s} e^{-L(f)s},$$

donde $L(f)$ representa el retardo variable introducido por las variaciones del caudal f . Utilizando los resultados del apartado 3 el período de muestreo se eligió $T_s = .6$ segundos. Los parámetros del filtro se ajustaron utilizando los gráficos del apartado 3, considerando los valores medios del retardo nominal y del error de estimación del mismo.

Para los ensayos de simulación se utilizó una secuencia de escalones tanto para las consignas de caudal como para las de temperatura. Además, en $t = 250$ segundos se introduce una perturbación en la temperatura de entrada del tanque. Los resultados obtenidos se muestran en la figura 8, donde se observa el correcto comportamiento del sistema a pesar de las variaciones del retardo (que varía de 4 a 25 segundos).

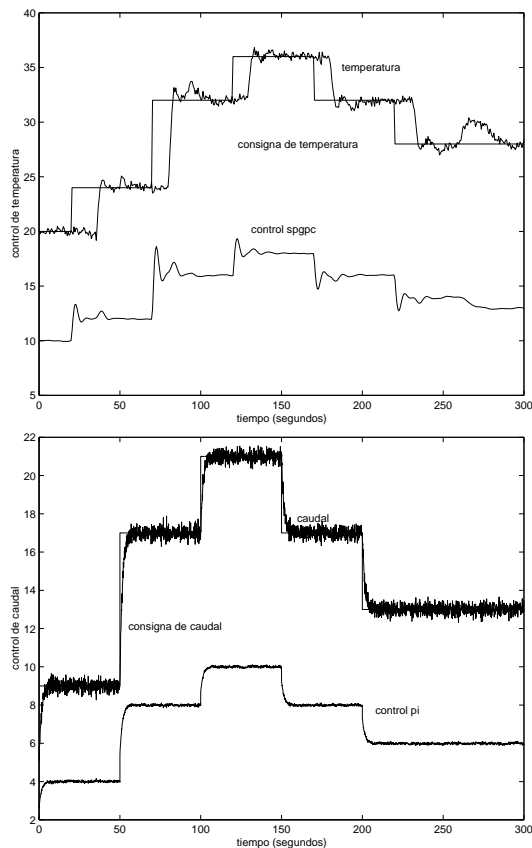


Figura 8. Salidas y controles de los sistemas de temperatura y caudal.

5 Conclusiones

Este trabajo presentó un método de ajuste robusto del controlador predictivo generalizado con base en el predictor de Smith. Se ha demostrado que el ajuste del control predictivo para procesos con grandes retardos debe hacerse eligiendo adecuadamente los parámetros del filtro del predictor, ya que variando los otros parámetros del controlador no es posible obtener buenos resultados. El ajuste robusto se completa con una ley de estimación adaptativa del retardo variable del proceso que permite mantener el error total de estimación dentro de valores acotados. Algunos resultados de simulación son utilizados para corroborar las propiedades del algoritmo propuesto.

Referencias

- Ansary, P. y Wertz, V. (1997). Model uncertainties in gpc: a systematic two-step design, *Proc. of the ECC 97*, Bruxelles.
- Bordons, C. y Camacho, E. (1998). A generalized predictive controller for a wide class of industrial processes, *IEEE Tran. on Control Systems Technology* **6**(3): 372–387.
- Clarke, D. y Mothadi, C. (1989). Properties of generalized predictive control, *Automatica* **25**(6): 859–875.
- Clarke, D., Mothadi, C. y Tuffs, P. (1987). Generalized Predictive Control. Part I The Basic Algorithm and Part II Extensions and Interpretations, *Automatica* **23**(2): 137–160.
- Goodwin, G. y Sin, K. (1984). *Adaptive filtering prediction and control*, Prentice Hall.
- Morari, M. y Zafiriou, E. (1989). *Robust Process Control*, Prentice Hall.
- Normey-Rico, J. y Camacho, E. (1999). Robustness effects of a prefilter in smith predictor based generalised predictive controller, *IEE Proceedings, Control Theory and Applications* **146**(2): 179–185.
- Normey-Rico, J. y Camacho, E. (2000). A multivariable generalised predictive controller based on the smith predictor, *IEE Proceedings, Control Theory and Applications*.
- Normey-Rico, J., Camacho, E. y Gomez-Ortega, J. (1998). Robustez e predicao em controladores predictivos generalizados., *Proceedings of CBA'98*, Uberlandia, Brazil, pp. 157–162.
- Robinson, T. y Clarke, D. (1991). Robustness effects of a prefilter in receding-horizon predictive control, *IEE-D* **138**: 2–8.
- Smith, M. (1958). *Feedback Control Systems*, Mc Graw Hill.
- Stephanopoulos, G. (1984). *Chemical Process Control*, Prentice Hall.
- Takatsu, H., Itoh, T. y Araki, M. (1998). Future needs for the control theory in industries-report and topics of the control technology survey in the japanese industry, *Journal of Process Control* **8**(5-6): 369–374.
- Yoon, T. y Clarke, D. (1995). Observer design in receding-horizon control, *Int. Journal of Control* **2**: 171–191.