

# CONTROLADOR ADAPTATIVO NEURAL PARA SISTEMAS NÃO-LINEARES DESCONHECIDOS

JOSÉ A. RUIZ VARGAS<sup>1</sup>, ELDER M. HEMERLY<sup>2</sup>

<sup>1,2</sup> Instituto Tecnológico de Aeronáutica, Divisão de Engenharia Eletrônica, ITA-IEE-IEES  
12228-900 São José dos Campos, SP, BRAZIL  
E-mails: jvargas\_@excite.com, hemerly@ele.ita.cta.br

**Resumo**— Neste artigo é considerado o problema de controle para sistemas não-lineares desconhecidos. Empregando-se redes neurais artificiais parametrizáveis linearmente para parametrizar as não-linearidades desconhecidas, um controlador é projetado para forçar os estados do sistema desconhecido a rastrear uma trajetória de referência limitada. Empregando-se a teoria de estabilidade de Lyapunov é provado que o erro de rastreamento, assim como todos os sinais em malha fechada, são UUB (*uniformly ultimately bounded*) e que o controlador é robusto face ao surgimento ou presença de perturbações desconhecidas que podem incluir câmbios inesperados no sistema devido a falhas, distúrbios externos e dinâmica não-modelada.

**Abstract**— In this paper the control problem for unknown nonlinear systems is considered. By using linearly parameterized neural networks to parameterized the unknown nonlinearities, a controller is designed to force the states of the unknown system to follow a given bounded reference trajectory. Lyapunov stability theory is used to guarantee both uniform ultimate boundedness for all signals in closed loop and robustness in the presence of unknown perturbation that can include unexpected changes in the system vector field due to faults, external disturbances and nonmodeled dynamics.

**Keywords**— Nonlinear systems; adaptive control, Neural networks; Lyapunov stability.

## 1 Introdução

Objetivando-se a implementação de controladores de alto desempenho para certas classes de sistemas não-lineares desconhecidos, na última década vários pesquisadores têm direcionado sua investigação para a abordagem neural [1-5]. Basicamente, este interesse é motivado pela capacidade de aproximação universal das redes neurais artificiais (RNA) [6,7], o que viabiliza que não-linearidades desconhecidas na planta possam ser substituídas por RNA, simplificando desta forma o problema de parametrização.

Embora inicialmente a maior parte da pesquisa sobre controle neural fosse de natureza empírica, ultimamente, têm sido desenvolvidos esquemas de controle para determinadas classes de sistemas não-lineares baseados na teoria de estabilidade de Lyapunov (vide por exemplo [8-12]). Em [8] foi proposto um esquema de controle estável baseado em observador e usando redes neurais parametrizáveis linearmente. O observador foi projetado para sistemas SISO afins no controle (i.e. o controle aparece linearmente na equação de estados). Contudo, o controlador requer sistemas SISO em uma forma canônica que constitui uma classe mais restritiva de sistemas. Em [9,10] foram desenvolvidos esquemas de controle via realimentação da saída para manipuladores robóticos (definidos por uma equação de estado de segunda ordem, sendo um dos estados mensurável).

Em [11] foram considerados sistemas afins no controle da forma

$$\dot{x} = f(x) + G(x)u$$

onde  $x \in \mathfrak{R}^n$  é assumido a ser completamente mensurável,  $u \in \mathfrak{R}^m$  e  $f$ ,  $g_i$ ,  $i=1, \dots, m$  com

$G = [g_1 \ g_2 \ \dots \ g_m]$  são campos vetoriais contínuos desconhecidos que satisfazem localmente a condição de Lipschitz. O objetivo do controle é forçar os estados a rastrear uma trajetória de referência limitada gerada a partir de um *exosystem*  $\dot{x} = B(x_r)$  de dinâmica desconhecida. Desta maneira, foi proposto o seguinte observador-controlador e provado que todos os sinais em malha fechada são limitados:

$$\dot{\hat{x}} = -A\hat{x} + WS(x) + W_I S_I(x)u$$

$$\dot{W} = -\gamma W + \kappa e S^T(x)$$

$$\dot{W}_I = -\gamma_I W_I + \kappa u^T e S_I^T(x)$$

$$\dot{W}_r = -\gamma_r W_r + \kappa u^T e S_r^T(x_r)$$

$$u = \frac{S_I^T(x)W_I^T WS(x)}{\lambda_1 [I + \|W_I\|^2 \|S_I(x)\|^2]} + \frac{S_r^T(x)W_r^T W_r S_r(x_r)}{\lambda_2 [I + \|W_r\|^2 \|S_r(x_r)\|^2]}$$

onde  $W$ ,  $W_I$ ,  $W_r$  são matrizes de pesos de dimensões apropriadas e  $S_I$ ,  $S$ ,  $S_r$  são os regressores. Em [12], ao nosso conhecimento o resultado mais geral de controle via realimentação do estado, considera-se o problema de rastreamento do *exosystem*  $\dot{x} = B(x_r)$  na presença de distúrbios limitados aditivos e multiplicativos no sistema desconhecido. Foi adicionando um sinal para robustecer o controle, objetivando-se garantir que todos os sinais em malha fechada são UUB.

A principal deficiência de todos os controladores mencionados consiste em que podem se tornar instáveis na presença de perturbações dependentes em forma desconhecida do estado ou do controle e não podem ser aplicados diretamente para sistemas não-afins. Assim, é altamente desejável o projeto de

controladores robustos para estes casos, isto é, para sistemas não-afins, e na presença de perturbações dependentes, de forma desconhecida, do estado ou do controle.

Neste artigo é proposto um controlador robusto na presença das perturbações supracitadas para sistemas não-lineares que podem ser não-afins no controle. Mais exatamente, são considerados sistemas gerais, ao contrário de [11,12], onde são considerados sistemas afins, e empregada uma rede neural artificial parametrizável linearmente (RNAPL) para aproximar o sistema desconhecido, e consequentemente às perturbações desconhecidas. A seguir, um controlador é projetado para forçar os estados do sistema a rastrear uma trajetória de referência limitada de dinâmica desconhecida, que também é aproximada por outra RNAPL. Usando-se a teoria de estabilidade de Lyapunov, é provado que todos os sinais em malha fechada são UUB.

### Preliminares

As seguintes notações são usadas neste artigo.  $\mathfrak{R}$  denota os números reais,  $\mathfrak{R}^n$  denota os vetores reais de dimensão  $n$ ,  $\mathfrak{R}^{n \times m}$  denota as matrizes reais de dimensão  $n \times m$ , o valor absoluto é denotado por  $|\cdot|$ . A norma euclidiana de um vetor  $c \in \mathfrak{R}^n$  é denotada por  $\|c\|$ , se  $A \in \mathfrak{R}^{n \times m}$  então  $\|A\|_F$  denota a norma de Frobenius e é definida por  $\|A\|_F^2 := \sum_{ij} a_{ij}^2 = \text{tr}\{A^T A\}$  onde  $\text{tr}\{\cdot\}$  denota o traço de uma matriz.  $B(M) := \{x : \|x\| \leq M\}$  denota uma bola de raio  $M$ ,  $\lambda_{\max}(\cdot)$  e  $\lambda_{\min}(\cdot)$  denotam o maior e o menor autovalor de uma matriz. Finalmente considere a seguinte definição.

*Definição [15]:* As soluções de  $\dot{x} = f(t, x)$  são UUB (*uniformly ultimately bounded*) se existem constantes positivas  $b, c$  e para todo  $\alpha \in (0, c)$  existe uma constante  $T = T(\alpha)$  tal que

$$\|x(t_0)\| < \alpha \Rightarrow \|x(t)\| \leq b, \quad \forall t \geq t_0 + T$$

## 2 Formulação do problema

Considere os sistemas dinâmicos representados por

$$\dot{\chi} = f(\chi, u) \quad (1)$$

onde  $\chi \in \mathfrak{X} \subseteq \mathfrak{R}^n$  é o vetor de estado e é assumido ser completamente mensurável,  $u \in U \subseteq \mathfrak{R}^m$  é o sinal de controle,  $f$  é um campo vetorial contínuo desconhecido que satisfaz localmente a condição de Lipschitz.

Dado o sistema (1) e uma trajetória de referência  $x_r(t)$  limitada gerada a partir de um *exosystem* de dinâmica desconhecida

$$\dot{x}_r = f_r(x_r, u_r) \quad (2)$$

O objetivo consiste em projetar um controlador dinâmico

$$\dot{x}_c = f_c(x_c, \chi, x_r) \quad (3)$$

$$u = h_c(x_c, x_r) \quad (4)$$

tal que  $\chi$  e  $x_c$  sejam limitados  $\forall t \geq 0$  para qualquer condição inicial  $[\chi(0), x_c(0)]$  e o sistema em malha fechada (1), (3)-(4) satisfaça

$$\exists T > 0 \mid \|e(t)\| = \|\chi(t) - x_r(t)\| \leq \alpha_e \quad \forall t \geq T$$

onde  $\alpha_e > 0$  é uma constante pequena,  $T$  é finito,  $f_c, f_r$  e  $h_c$  são contínuos,  $f_c, f_r$  satisfazem localmente a condição de Lipschitz e  $u_r$  é uma entrada de referência.

Para a solução do problema supracitado é necessária a seguinte assunção:

(A1) Existem funções suficientemente suaves, únicas e limitadas  $x_r(t)$  e  $u_r(t)$  tal que

$$\dot{x}_r = f(x_r, u_r) \quad (5)$$

para alguma condição inicial  $x_r(0), u_r(0)$  e  $\forall t \geq 0$ .

A assunção (A1) requer a existência de uma trajetória de entrada  $u_r(t)$  que reproduza a desejada trajetória de referência  $x_r(t)$ . Em outras palavras, (A1) garante a existência de um controle  $u(t)$  que possibilita o rastreamento do sinal de referência  $x_r(t)$ .

Objetivando-se parametrizar convenientemente os sistemas (1) e (2), são empregadas RNAPL's. RNAPL's foram inicialmente usadas por Polycarpou et alli [8] para identificação e controle estável de sistemas não-lineares, e incluem uma ampla classe de topologias tais como *high order neural networks, RBF networks, wavelet networks, multilayer neural networks* sob algumas assunções, etc (vide por exemplo [8,13,14]). Em geral tais redes são descritas matematicamente por

$$y = WS(\zeta) \quad (6)$$

onde  $\zeta \in \mathfrak{R}^{n+m}$  é o vetor de entrada,  $y \in \mathfrak{R}^p$  é o vetor de saída,  $W \in \mathfrak{R}^{p \times L}$ ,  $L \geq n+m$  é a matriz de pesos,  $S : \mathfrak{R}^{n+m} \mapsto \mathfrak{R}^L$  é uma função vetorial não-linear das entradas à rede pré-processadas por uma função  $s(\cdot)$  sigmoideal. Adicionalmente, se a rede considerada satisfaz a condição de aproximação universal e a condição de regularidade e  $L$  é selecionado adequadamente, pode ser provado (vide [8,13] para maiores detalhes) que ela pode aproximar, com qualquer grau de precisão, funções não-lineares e sistemas dinâmicos contínuos. É importante ressaltar que em geral o erro de aproximação diminui conforme  $L$  aumenta.

É importante ressaltar, que para a aproximação das não-linearidades desconhecidas, também podem ser empregados *fuzzy system* [16] ou qualquer outro tipo de aproximador linear nos parâmetros e de regressor limitado.

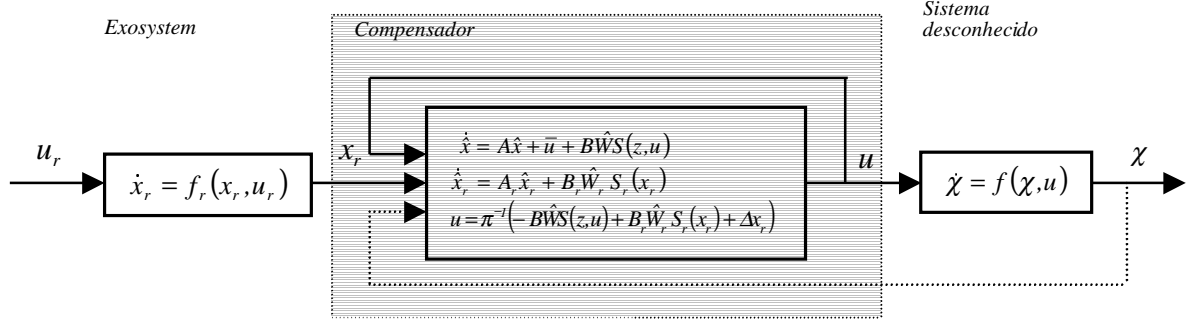


Fig. 1- Estrutura do controlador proposto.

O rastreamento é realizado ao se inserir um compensador no caminho de realimentação objetivando-se reconstruir a entrada de referência  $u_r$  que não é mensurável. O compensador emprega RNAPL's para parametrizar não-linearidades desconhecidas no sistema e no exosystem. A estrutura do esquema proposto é mostrada na Fig. 1 para referência.

Somando e substraindo-se  $A\chi + \bar{u}$ , a equação (1) pode ser expressa como

$$\dot{\chi} = A\chi + \bar{u} + g(\chi, u) \quad (7)$$

onde  $A := \text{diag}(-a_i)$  com  $a_i > 0$  para  $i=1,2, \dots, n$ ,  $g(\chi, u) := f(\chi, u) - A\chi - \bar{u}$ , e  $\bar{u} = \pi(u)$ ,  $\pi: \mathfrak{R}^m \mapsto \mathfrak{R}^n$  é uma função invertível que pode ser escolhida como

$$\pi := \begin{cases} K[u_1 \ \dots \ u_m \ 0]^T, & \text{se } m < n \\ Ku, & \text{se } m = n \end{cases}$$

com  $K := \text{diag}(k_i)$ ,  $k_i \neq 0$  para  $i=1,2, \dots, n$ .

A equação (7) podem ser rescrita usando-se RNAPL como

$$\dot{\chi} = A\chi + \bar{u} + BW^*S(\chi, u) + v \quad (8)$$

onde  $g(\chi, u) = BW^*S(\chi, u) + v$ ,  $v$  é o vetor de erro de aproximação definido, similarmente a [8], como

$$v := g(\chi, u) - BW^*S(\chi, u) \quad (9)$$

onde assume-se que  $\|v(t)\| \leq v_0, \forall t \geq 0$  para alguma constante positiva  $v_0$ ,  $S: \mathfrak{R}^{n+m} \mapsto \mathfrak{R}^L$  conforme definido em (6),  $B := \text{diag}(b_i)$  com  $b_i \neq 0$  para  $i=1,2, \dots, n$ ,  $W^* \in \mathfrak{R}^{n \times L}$  é requerida unicamente para fins analíticos, sendo uma matriz constante "ótima", que, similarmente a [8], podem ser definida como

$$W^* := \arg \min_{\substack{\hat{W} \in B(M) \\ \chi \in \mathfrak{X} \\ u \in U}} \|g(\chi, u) - B\hat{W}S(\chi, u)\|_{\infty} \quad (10)$$

onde  $\hat{W}$  é uma estimativa da matriz  $W^*$ .

A estrutura (8), sugere um estimador da forma

$$\dot{\hat{x}} = A\hat{x} + \bar{u} + B\hat{W}S(z, u) \quad (11)$$

onde  $\|S(z(t), u(t))\| \leq S_0$  para alguma constante positiva  $S_0$  e para todo  $t \geq 0$ ,  $z = \chi$  para a configuração serie-paralela, e  $z = \hat{x}$  para a configuração paralela.

Considerando-se (8) e (11), o erro de estado satisfaz

$$\dot{\tilde{x}} = A\tilde{x} + B\tilde{W}S(z, u) + \omega - v \quad (12)$$

onde  $\tilde{x} := \hat{x} - \chi$ ,  $\tilde{W} := \hat{W} - W^*$  and

$$\omega := \begin{cases} 0 & \text{if } z = \chi \\ BW^*(S(z, u) - S(\chi, u)) & \text{if } z = \hat{x} \end{cases}$$

Note que  $\|v(t)\| \leq v_0, \forall t \geq 0$  e  $\|\omega(t)\| \leq \omega_0, \forall t \geq 0$ , para algumas constantes positivas  $v_0$  and  $\omega_0$ .

Da mesma forma, a equação (5) pode ser rescrita como

$$\dot{x}_r = A_r x_r + g_r(x_r) + \bar{g}_r(x_r, u_r) \quad (13)$$

onde  $A_r := \text{diag}(-a_{ri})$ ,  $a_{ri} > 0$  para  $i=1,2, \dots, n$ ,  $\bar{g}_r(x_r, u_r) := f_r(x_r, u_r) - A_r x_r - g_r(x_r)$ .

Usando-se RNAPL para parametrizar o mapeamento desconhecido  $g_r(x_r)$ , obtém-se

$$\dot{x}_r = A_r x_r + B_r W_r^* S_r(x_r) + v_r + \omega_r \quad (14)$$

onde  $\|S_r(x_r(t))\| \leq S_{r0}, \forall t \geq 0$  para alguma constante positiva  $S_{r0}$ ,  $\omega_r := \bar{g}_r(x_r, u_r)$ ,  $B_r := \text{diag}(b_{ri})$ ,  $b_{ri} \neq 0$  para  $i=1,2, \dots, n$ ,  $W_r^* \in \mathfrak{R}^{n \times L_r}$ ,  $S_r: \mathfrak{R}^{n_r} \mapsto \mathfrak{R}^{L_r}$ ,  $\|v_r(t)\| \leq v_{r0}, \forall t \geq 0$  e  $\|\omega_r(t)\| \leq \omega_{r0}, \forall t \geq 0$  para algumas constantes positivas  $v_{r0}$  e  $\omega_{r0}$ .

Note que (5) foi rescrita na forma (13), objetivando-se fazer  $S_r$  em (14) implementável, pois  $u_r$  não é mensurável.

A estrutura (14), sugere um estimador da forma

$$\dot{\hat{x}}_r = A_r \hat{x}_r + B_r \hat{W}_r S_r(x_r) \quad (15)$$

e por conseguinte o erro de estado do exosystem satisfaz

$$\dot{\tilde{x}}_r = A_r \tilde{x}_r + B_r \tilde{W}_r S_r(x_r) - v_r - \omega_r \quad (16)$$

Definindo-se o erro de rastreamento como  $e := \chi - x_r$ , decorre

$$\dot{e} = Ae + \bar{u} + BW^*S(z, u) - B_r W_r^* S_r(x_r) - \Delta x_r + \alpha \quad (17)$$

onde  $\alpha := v - v_r - \omega_r$ ,  $\Delta := (A_r - A)$ . Note que  $\|\alpha(t)\| \leq \alpha_0$ ,  $\forall t \geq 0$ , para alguma constante positiva  $\alpha_0$ .

A lei de controle é selecionada como

$$u = \pi^{-1}(-B\hat{W}S(z, u) + B_r \hat{W}_r S_r(x_r) + \Delta x_r) \quad (18)$$

Então, usando-se (18) em (17), obtém-se o erro de rastreamento em malha fechada

$$\dot{e} = Ae - B\tilde{W}S(z, u) + B_r \tilde{W}_r S_r(x_r) + \alpha \quad (19)$$

### 3 Análise de estabilidade

Nesta seção, são escolhidas leis de adaptação convenientes para os pesos  $\hat{W}$  e  $\hat{W}_r$  objetivando-se garantir a estabilidade do esquema de controle proposto e convergência de erro de rastreamento a uma pequena vizinhança da origem.

*Teorema 1:*

Considere os sistemas não-lineares descritos por (1), a assunção (A1), os estimadores (11) e (15), as seguintes leis de adaptação para os pesos,

$$\dot{\hat{W}} = -c\|\tilde{x}\|\hat{W} - k\tilde{x}S^T(z, u) \quad (20)$$

$$\dot{\hat{W}}_r = -c_r\|e\|\hat{W}_r - k_r e S_r^T(x_r) \quad (21)$$

e a lei de controle definida em (18) onde,  $c, c_r, k, k_r > 0 \in \mathfrak{R}$ .

Então,  $\tilde{x}, \tilde{x}_r, e, \tilde{W}, \tilde{W}_r$  são UUB.

*Prova:*

A prova é omitida uma vez que utiliza argumentos similares a [17].

*Comentários:*

- Note de (18) que

$$\begin{aligned} \|u\| &\leq S_{ro}\|B_r\|_F\|\hat{W}_r\|_F + S_0\|B\|_F\|\hat{W}\|_F \\ &\quad + \|\Delta\|_F\|x_r\| \\ &\leq S_{ro}\|B_r\|_F\left(\alpha_{\tilde{W}_{ro}} + \|\hat{W}_r^*\|_F\right) \\ &\quad + S_0\|B\|_F\left(\alpha_{\tilde{W}_0} + \|\hat{W}^*\|_F\right) + \alpha_{x_r}\|\Delta\|_F \\ &\equiv \alpha_u \end{aligned} \quad (22)$$

onde  $\alpha_{\tilde{W}_{ro}} = \max\{\alpha_{\tilde{W}_r}, \|\tilde{W}_{r(0)}\|\}$ ,  $\alpha_{x_r} = \sup_{t \geq 0}\|x_r\|$

e  $\alpha_{\tilde{W}_0} = \max\{\alpha_{\tilde{W}}, \|\tilde{W}_{(0)}\|\}$ . Logo,  $u(t)$  é UUB

com respeito ao conjunto  $\Omega = \{u \in \mathfrak{R}^m \mid \|u\| \leq \alpha_u\}$ . Note, também de (22), que o esforço de controle pode ser regulado para satisfazer uma determinada saturação imposta pelo sistema físico. De fato, como será mostrado posteriormente nas simulações, esco-

lhendo-se as matrizes de projeto  $B$  e  $B_r$ , tal que  $\|B_r\|_F$  e  $\|B\|_F$  sejam pequenas, o esforço do sinal de controle é reduzido para valores convenientes. Contudo, valores muito pequenos para  $\|B_r\|_F$  e  $\|B\|_F$  podem deteriorar o comportamento transitório do sistema.

- Uma vez que as constantes de projeto  $a_{imin}, a_{rimin}, c, c_r$  podem ser escolhidas arbitrariamente as regiões de convergência  $\|\tilde{x}_r\| \leq \alpha_{\tilde{x}_r}$ ,  $\|\tilde{W}_r\| \leq \alpha_{\tilde{W}_r}$ ,  $\|e\| \leq \alpha_e$ ,  $\|\tilde{W}\| \leq \alpha_{\tilde{W}}$ ,  $\|\tilde{x}\| \leq \alpha_{\tilde{x}}$  podem ser reduzidas, sem comprometer a estabilidade, a uma vizinhança arbitrária da origem. Contudo, pequenas regiões de convergência requerem também uma adequada escolha das RNAPL's, isto é,  $L, L_r, S$  e  $S_r$  deverão ser selecionados de modo a se garantir erros de aproximação  $v$  e  $v_r$  pequenos.
- Uma deficiência comum na maioria dos controladores para sistemas não-lineares afins é que podem se tornar instáveis face ao surgimento de perturbações dependentes em forma desconhecida do estado ou do controle (possivelmente não afins). O controlador aqui proposto preserva a estabilidade nesse cenário, pois considera sistemas gerais desconhecidos (onde estão incluídas as perturbações supracitadas). Adicionalmente, não é assumida nenhuma restrição sobre as não-linearidades desconhecidas do sistema ou do *exosystem* (unicamente que sejam contínuas e satisfaçam localmente a condição de Lipschitz) e neste sentido o controlador proposto é *universal e reusável*.
- Um procedimento usual para o controle de sistemas não-lineares gerais consiste em transformá-lo em outro sistema estendido de maior ordem, mas afim no controle, para o qual é projetado o controlador. O sistema estendido afim é obtido adicionando-se uma cadeia de integradores na entrada, o que eleva a ordem do sistema e torna mais complexo o controlador. A abordagem aqui proposta, ao tratar com o sistema geral diretamente, contorna a necessidade de extensão dinâmica, e consequentemente é de mais fácil implementação.
- Casos nos quais o estado não esteja disponível pode ser tratado com pequenas alterações no controlador. Para maiores detalhes vide [18].

### 4 Simulações

Nesta seção, são apresentadas simulações com a finalidade de ressaltar a aplicabilidade do controlador proposto a situações práticas de interesse. Em todas as simulações foram empregadas *high-order neural networks* (HONN) [13] e um passo de inte-

gração de 0.001s. Mais detalhes sobre a seleção dos parâmetros da HONN podem ser encontrados em [13].

Considere o sistema descrito por [11]

$$\dot{\chi} = -\chi + 0.1 \sin \chi + 0.5 \cos \chi + \chi u + \psi(\chi, u) \quad (23)$$

e a trajetória de referência limitada,

$$x_r(t) = 5 \tanh(t) \quad (24)$$

É importante ressaltar que o sistema (23) é utilizado unicamente para a geração da trajetória de estado  $\chi(t)$  na simulação. Na implementação do controlador proposto é assumido que o sistema (23) é desconhecido.

O objetivo consiste em projetar um controlador que force o estado do sistema (23) a rastrear a trajetória de referência limitada (24) gerada a partir de um *exosystem* de dinâmica desconhecida.

Para tanto, foi implementado o seguinte observador-controlador,

$$\dot{\hat{x}} = \hat{x} + u + B\hat{W}S(\chi, u) \quad (25)$$

$$\dot{\hat{x}}_r = \hat{x}_r + B_r \hat{W}_r S_r \quad (26)$$

$$\dot{\hat{W}} = -400 \|\tilde{x}\| \hat{W} - 100 \tilde{x} S^T \quad (27)$$

$$\dot{\hat{W}}_r = -400 \|e\| \hat{W}_r - 100 e S_r^T \quad (28)$$

$$u = -B\hat{W}S + B_r \hat{W}_r S_r \quad (29)$$

onde

$$S = [s(\chi) \quad s(u)]^T,$$

$$S_r = [s(x_r) \quad s^2(x_r) \quad s^3(x_r) \quad s^4(x_r) \quad s^5(x_r)]^T \quad e$$

$$s(\cdot) = \frac{2}{1 + \exp(-0.5(\cdot))}.$$

O controlador (25)-(29) foi simulado com valores iniciais nulos. Os estados iniciais do sistema (23) e do *exosystem* (24) foram  $\chi(0)=1$  and  $x_r(0)=0$ , objetivando-se um erro de rastreamento inicial não nulo que permita avaliar o desempenho do controlador em condições iniciais desfavoráveis.

As figs. 2-3 mostram as trajetórias do erro de rastreamento e do esforço de controle para diferentes valores das constantes de projeto  $B$ ,  $B_r$  e para  $\psi(\chi, u)=0$ . Inicialmente, na fig. 2, onde  $B=B_r=3$ , tem-se um rápido transitório. Entretanto, é necessário um considerável esforço de controle, que pode estar além das limitações físicas do sistema. Não obstante, o esquema proposto permite que o esforço do controle seja reduzido simplesmente reduzindo-se os valores das matrizes  $B$  e  $B_r$ . Na fig. 3, onde  $B=B_r=0,3$  é mostrado que o esforço de controle é reduzido consideravelmente.

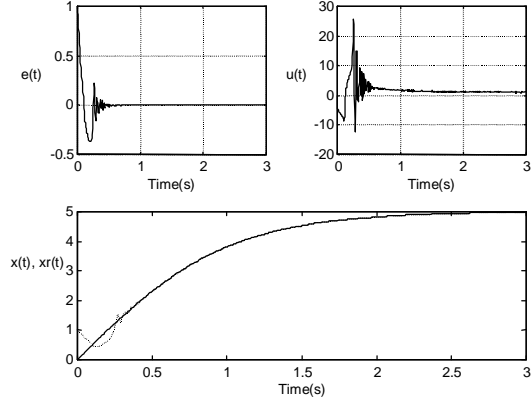


Fig. 2- Erro de rastreamento, esforço de controle e trajetória real e desejada para  $B=B_r=3$  e  $\psi(\chi, u)=0$ .

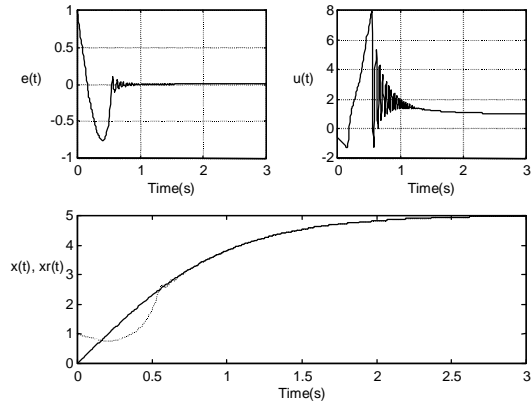


Fig. 3- Erro de rastreamento, esforço de controle e trajetória real e desejada para  $B=B_r=0,3$  e  $\psi(\chi, u)=0$ .

A seguir, objetivando-se verificar a robustez do controlador proposto, tem-se que a perturbação  $\psi(\chi, u)$  é uma função não-afim no controle. Note que os controladores propostos em [11-12] não podem ser aplicados neste caso. Assim o controlador (25)-(29) foi aplicado quando  $\psi(\chi, u) = u^3 + \chi \exp(0.1\chi)$  e  $\psi(\chi, u) = u^3 + \chi \exp(0.1\chi) + u^2 \log(10 + \chi^2)$ .

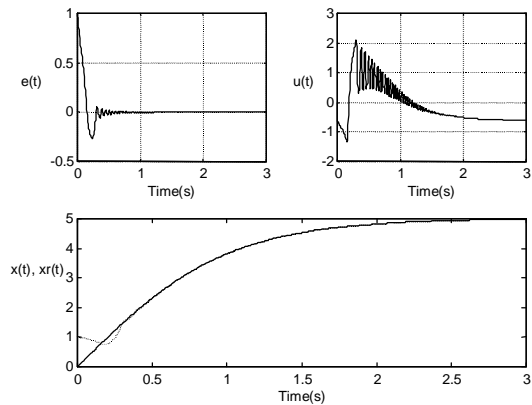


Fig. 4- Erro de rastreamento, esforço de controle e trajetória real e desejada para  $B=B_r=0,3$  e  $\psi(\chi, u) = u^3 + \chi \exp(0.1\chi)$ .

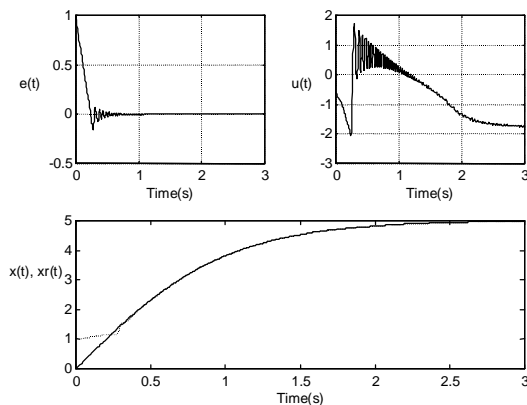


Fig. 5- Erro de rastreamento, esforço de controle e trajetória real e desejada para  $B=B_r=0,3$  e

$$\psi(\chi, u) = u^3 + \chi \exp(0.1\chi) + u^2 \log(10 + \chi^2).$$

Com base nas figs. 2-5, pode-se concluir que o controlador proposto apresenta desempenho e robustez satisfatórios.

## 5 Conclusões

Neste artigo foi investigado o problema de controle de sistemas não-lineares desconhecidos, cujas não-linearidades podem ser aproximadas por RNAPL's. Mais exatamente, foi dada uma solução definitiva para o seguinte problema geral: Dados um sistema  $\dot{\chi} = f(\chi, u)$  e um *exosystem*  $\dot{x}_r = f_r(x_r, u_r)$  ambos de dinâmica desconhecida, como projetar um controlador que possibilite um adequado rastreamento do *exosystem* e mantenha todos os sinais em malha fechada limitados?

Basicamente, não-linearidades desconhecidas no sistema e no *exosystem* são aproximadas por RNAPL's, que são de estrutura conhecida e de parâmetros desconhecidos (pesos), simplificando desta forma o problema de parametrização. A seguir, foram selecionadas leis de adaptação robustas para os pesos e uma lei de controle que possibilita que todos os sinais em malha fechada sejam UUB. A principal peculiaridade do controlador proposto é sua generalidade quando comparado a outros da literatura [11,12], que requerem que o sistema seja afim no controle. Outra particularidade do controlador proposto é a possibilidade de se regular o esforço do controle, de modo a se satisfazer as restrições físicas do sistema.

## Agradecimentos

Os autores agradecem à FAPESP processo 98/01449-0, e ao CNPq processo 300158/95-5, pelo suporte financeiro.

## Referências Bibliográficas

[1] K. S. Narendra & K. Parthasarathy, "Identification and Control of Dynamical Systems Using Neural Net-

works," *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 1, pp. 252-262, March 1990.

[2] M. M. Gupta and D. H. Rao (Eds.), *Neuro Control Systems: Theory and Applications*, IEEE Press, New York, 1994.

[3] W. T. Miller; R. S. Sutton; P. J. Werbos (Eds.), *Neural Networks for Control*, MIT Press., Cambridge, Massachusetts, 1995.

[4] C. T. Leondes (Ed.), *Control and Dynamical Systems*, Volume 7 of *Neural Network Systems Techniques and Applications*, Academic Press, 1998

[5] S. S. Ge, T. H. Lee and C. J. Harris, *Adaptive Neural Network Control of Robotic Manipulator*, World Scientific Series in Robotics and Intelligent Systems – Vol. 19, World Scientific Publishing Co., 1998.

[6] K. Funahashi, "On the Approximate Realization of Continuous Mappings by Neural Networks," *Neural Networks*, vol. 2, no. 3, pp. 183-191, 1989.

[7] K. Funahashi & Y. Nakamura "Approximation of Dynamical Systems by Continuous Time Recurrent Neural Networks," *Neural Networks*, vol. 6, pp. 801-806, 1993.

[8] M. M. Polycarpou & P. A. Ioannou, "Identification and Control of Nonlinear Systems Using Neural Network Models: Design and Stability Analysis," Tech. Rep. 91-09-01, Dept. Elect. Eng. Syst., Univ. Southern Calif., Los Angeles, 1991.

[9] F. L. Lewis; K Liu and Aydin Yesildirek, "Neural Net Robot Controller with Guaranteed Tracking Performance", *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 6, no. 6, pp. 703-715, May 1995.

[10] Y. H. Kim, F. L. Lewis, "Neural Network Output Feedback Control of Robot Manipulators, *IEEE Trans. on Robotics and Automation*, vol. 15, no. 2, pp. 301-309, April 1999.

[11] G. A. Rovithakis, "Tracking Control of Multi-Input Affine Nonlinear Dynamical Systems with Unknown Nonlinearities Using Dynamical Neural Networks", *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics- Part B: Cybernetics*, Vol. 29, No. 2, pp. 179-189, April 1999.

[12] G. A. Rovithakis, "Performance of a Neural Adaptive Tracking Controller for Multi-Input Nonlinear Dynamical Systems in the Presence of Additive and Multiplicative External Disturbances," *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics- Part A: System and Humans*, vol. 30, no. 6, November 2000.

[13] E. B. Kosmatopoulos; M. M. Polycarpou; M. A. Christodoulou; P. A. Ioannou, "High-Order Neural Networks Structures for Identification of Dynamical Systems," *IEEE Trans. on Neural Networks*, vol. 6, no. 2, pp. 422-431, 1995.

[14] R. M. Sanner and J. J. Slotine, "Structurally Dynamic Wavelet Networks for the Adaptive Control of Uncertain Robotic Systems," 34<sup>th</sup> Conf. Dec. and Control, New Orleans, L. A., pp. 2460-2467, December 1995.

[15] P.A. Ioannou, & J. Sun, *Robust Adaptive Control*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1995.

[16] K. M. Passino and S. Yurkovich, *Fuzzy Control*, Menlo Park, CA: Addison Wesley Longman, 1998.

[17] J.A.R. Vargas and E. M. Hemerly, "Dynamic Feedback Controller for General Nonlinear Systems," submitted to *Automatica*, 2001.

[18] —, "Output Feedback Controller for General Nonlinear Systems with Partial State Measurements," submitted to *IEEE Trans. on Systems, Man and Cybernetics*, 2001.