

DETERMINAÇÃO AUTOMÁTICA DOS PARÂMETROS ESTATÍSTICOS DE IMAGENS DE 2 REGIÕES DE REFLECTÂNCIAS CONSTANTES PARA CÁLCULO DO LIMIAR ÓTIMO DE BINARIZAÇÃO

CRISTIANO JACQUES MIOSSO, ADOLFO BAUCHSPIESS, PATRICK LETOUZÉ MOREIRA

Departamento de Engenharia Elétrica — ENE

Universidade de Brasília — UnB

E-mails: miosso@engineer.com, adolfo@ene.unb.br, letouze@unb.br

Resumo— A binarização de imagens digitais apresenta inúmeras aplicações em sistemas de automação baseados em visão computacional, como na extração de trajetórias a serem seguidas por manipuladores robóticos guiados por servo-visão, na determinação da orientação e posição de peças a serem deslocadas por manipuladores em linhas de montagem e no pré-processamento de imagens utilizadas em sistemas de reconhecimento óptico de caracteres (OCR). No processo de limiarização, a escolha de um limiar de binarização apropriado é fundamental, mas seu valor depende de parâmetros estatísticos da imagem que em geral não são conhecidos de antemão. Neste artigo, é apresentado um algoritmo para determinação automática de todos os parâmetros estatísticos da imagem necessários ao cálculo do limiar ótimo. Nas avaliações realizadas, o método apresentou bom desempenho durante a binarização de imagens reais e sintéticas, neste caso permitindo o cálculo dos parâmetros com erros de menos de 3% em relação aos empregados na geração das imagens. O método pode ser aplicado a sistemas que não exijam o cálculo do limiar em tempo real ou em que apenas a proporção de objeto possa variar de uma imagem para outra, sendo os demais determinados uma única vez ou recalculados a uma taxa inferior.

Abstract— Binary images extraction is a required procedure in many automation systems based on computer vision, such as: visual-servoing-guided robot manipulators, which extract paths to be followed from multi-level images; assembly line manipulators, which need to determine orientation and position of imaged objects in order to handle them; and optical characters recognition (OCR) systems, which depend on classifying pixels in text images as belonging to characters or to background. Thresholding is a technique widely-applied to this process; however, an appropriate threshold value depends on image statistical parameters which normally are not previously known. In this paper, an algorithm is proposed which allows all parameters necessary to computing the threshold optimal value to be automatically determined from an input image. In the evaluation experiments carried on, the method performed well when applied to extracting binary images from multi-level real and synthetic ones, in this case allowing the parameters to be computed with errors lower than 3% in relation to those employed when generating the images. The algorithm is appropriate to systems which do not require the threshold to be obtained in real-time, or in which only the object to background proportion can change between 2 consecutive images, the other parameters being determined only once or computed at a lower rate.

Key Words— Binary Image Extraction, Automatic Thresholding, Computer Vision.

1 Introdução

O processo de binarização tem por objetivo a classificação dos *pixels* que constituem uma imagem representativa de um objeto a ser analisado sobre um fundo, ambos de reflectâncias constantes. Deve-se obter uma função característica que a cada posição na imagem associe o nível lógico 1 se ali é projetado um ponto ou região do objeto, e 0 caso contrário. Nesta definição, não é feita restrição alguma acerca da natureza do objeto, e por fundo entende-se toda a região do campo de visão que não lhe pertença. Assim, em diferentes aplicações são binarizados diversos tipos de imagens.

O fato de serem geradas no processo imagens em preto e branco restringe a situações bastante específicas suas aplicações. Demonstra-se, por exemplo, que as imagens binarizadas só permitem a análise de objetos cujos graus de liberdade se restrinjam a translações ou rotações em planos paralelos ao plano de imagem (Horn, 1998). Diferentes níveis de luminância, mesmo atribuídos a objetos de reflectância constante e iluminados uniformemente, são necessários à reconsti-

tuição de formas tridimensionais, independentemente da técnica utilizada. Ainda assim, a facilidade de processamento e armazenamento de imagens binárias, quando comparadas às imagens com 8 *bits* de quantização, faz da binarização um processo muito utilizado em sistemas de automação, sobretudo em aplicações industriais com grande controle das condições de iluminação e as tarefas a serem executadas são rigidamente definidas.

Neste caso, a possibilidade de se extrair das imagens binárias informações geométricas precisas como área, posição e orientação é útil, por exemplo, para guiar manipuladores robóticos que deslocam peças em linhas de montagem. A determinação das coordenadas cartesianas de pontos de uma trajetória, diretamente da imagem binarizada, permite também a guiagem de manipuladores por servo-visão; um exemplo são os utilizados em tarefas de soldagem (Bauchspiess, 1995). Em aplicações completamente distintas, a binarização é ainda a primeira etapa de processamento em sistemas de reconhecimento óptico de caracteres (OCR) (White e Rohrer, 1983) e de objetos planos em fundos uniformes, bem como um método de

compressão, já que imagens binárias conduzem a taxas *bits/pixels* muito inferiores às daquelas com 8 *bits* de quantização. Neste caso, a taxa pode ser reduzida ainda mais pela aplicação de outros codificadores às imagens obtidas, como o *run-length* para imagens com 2 níveis (Jayant e Noll, 1984).

O procedimento mais simples utilizado na binarização de imagens é o da limiarização. Considera-se que todos os *pixels* que representam o objeto apresentam luminância acima ou abaixo de um limiar pré-definido, conforme seja ele mais claro ou mais escuro do que o fundo. A idéia se baseia no fato de que às luminâncias do objeto e do fundo são associadas duas densidades de probabilidade, já que elas representam medições da reflectância das duas superfícies multiplicadas pela influência da iluminação em cada *pixel* (Horn, 1998); neste caso, a densidade de probabilidade global da imagem, denominada *densidade de mistura*, é dada por:

$$f(x) = p_1 \cdot f_1(x) + (1 - p_1) \cdot f_2(x), \quad (1)$$

onde f_1 e f_2 são as densidades de probabilidade associadas às medições das reflectâncias do objeto e do fundo e p_1 é a proporção de objeto na imagem. Desta forma, o histograma da imagem é uma combinação dos histogramas do objeto e do fundo. Se estes histogramas não se sobrepõem, a escolha de um limiar L apropriado permite classificar corretamente todos os *pixels* da imagem.

Surge, no entanto, o problema de se determinar o valor apropriado de L , que depende de p_1 e das médias (μ_1 e μ_2) e variâncias (σ_1^2 e σ_2^2) associadas a f_1 e f_2 . A imposição de que L minimize a probabilidade de que um *pixel* seja classificado incorretamente conduz a (Gonzalez e Woods, 2000):

$$L = \begin{cases} \frac{\mu_2^2 - \mu_1^2 + 2\sigma^2 \ln\left(\frac{p_1}{p_2}\right)}{2(\mu_2 - \mu_1)} & \text{se } \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = \sigma \\ \frac{-B \pm \sqrt{B^2 - 4AC}}{2A} & \text{caso contrário} \end{cases}, \quad (2)$$

$$\text{com: } \begin{aligned} A &= \sigma_1^2 - \sigma_2^2, \quad B = 2\mu_1\sigma_2^2 - 2\mu_2\sigma_1^2, \\ C &= \sigma_1^2\mu_2^2 - \sigma_2^2\mu_1^2 + 2\sigma_1^2\sigma_2^2 \ln\left(\frac{\sigma_2 p_1}{\sigma_1 p_2}\right). \end{aligned} \quad (3)$$

A equação (2) apresenta, em forma fechada, a solução ao problema de determinação do limiar ótimo L , supostas gaussianas f_1 e f_2 . No entanto, devem ser conhecidos os parâmetros estatísticos destas distribuições, μ_1 , σ_1^2 , μ_2 , σ_2^2 , e a proporção de objeto e de fundo na imagem, p_1 e $1 - p_1$. Estes parâmetros não são, em geral, conhecidos de antemão, e de um algoritmo absolutamente automático de determinação do limiar de binarização se espera que permita seu cálculo a partir unicamente da imagem de entrada. O método aqui proposto objetiva o cálculo das 5 variáveis envolvidas.

Apesar de existirem estimadores para a média e para a variância associadas a um sinal, eles

apenas permitem determinar, de forma direta, os parâmetros estatísticos globais da imagem, no caso correspondentes à densidade de mistura (1), não às distribuições isoladas f_1 e f_2 , como se faz necessário. Uma possível abordagem para o cálculo dos parâmetros envolvidos consiste em definir uma função erro quadrático (e_q) entre o histograma observado do sinal e a densidade de mistura. Este erro depende das variáveis de interesse, que devem ser escolhidas de forma a minimizá-lo.

Os pontos de mínimo de uma função contínua são aqueles em que as derivadas parciais de primeira ordem são nulas e as de segunda ordem são positivas (Apostol, 1994). Mas as derivadas parciais de e_q conduzem, para f_1 e f_2 normais, a equações transcendentais cuja solução requer grande esforço computacional (Gonzalez e Woods, 2000).

Neste artigo, propõe-se um algoritmo mais simples para a determinação automática dos parâmetros estatísticos descritos. A seção 2 apresenta inicialmente o equacionamento necessário à solução proposta, seguido da descrição das etapas que compõem o método. A seção 3 analisa os resultados da aplicação do algoritmo à determinação dos limiares de binarização de imagens reais e sintéticas, estas favorecendo a comparação direta entre os parâmetros calculados e os empregados em sua geração. Finalmente, a seção 4 apresenta a conclusão desta análise e uma avaliação da aplicabilidade do algoritmo a sistemas reais baseados em imagens binárias, como é o caso de manipuladores robóticos guiados por servo-visão, cuja pesquisa conduziu ao método ora apresentado.

2 Descrição do Algoritmo Proposto

A solução aqui proposta para a determinação automática dos parâmetros de interesse se baseia no uso de estimadores estatísticos da média e da variância globais de sinais. A seção 2.1 aborda a relação entre estas grandezas e os parâmetros de interesse, e sugere de que maneira podem ser empregadas para calculá-los. A seção 2.2 descreve a metodologia utilizada durante o particionamento da imagem, procedimento cuja necessidade é mostrada já em 2.1. As seções 2.3 e 2.4 descrevem por fim as duas etapas em que se divide o algoritmo.

2.1 Equacionamento

Inicialmente, considere-se a relação entre a média (μ) e a variância (σ^2) globais e os parâmetros que se deseja obter. Da definição da média (Papoulis, 1965), tem-se, para o caso da densidade (1):

$$\mu = \int_{-\infty}^{\infty} x [p_1 f_1(x) + (1 - p_1) f_2(x)] dx, \quad (4)$$

$$\mu = p_1 \int_{-\infty}^{\infty} x f_1(x) dx + (1 - p_1) \int_{-\infty}^{\infty} x f_2(x) dx, \quad (5)$$

$$\mu = p_1 \mu_1 + (1 - p_1) \mu_2. \quad (6)$$

Analogamente, pela definição da variância:

$$\sigma^2 = \int_{-\infty}^{\infty} (x - \mu)^2 [p_1 f_1(x) + (1 - p_1) f_2(x)] dx, \quad (7)$$

$$\sigma^2 = p_1 [\sigma_1^2 + (\mu - \mu_1)^2] + (1 - p_1) [\sigma_2^2 + (\mu - \mu_2)^2]. \quad (8)$$

Nas equações (6) e (8), a média μ e a variância σ^2 globais da imagem I podem ser obtidas dos estimadores (Helstrom, 1984):

$$\mu = \frac{1}{L \cdot C} \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^C I(i, j) \quad (9)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{L \cdot C} \sum_{i=1}^L \sum_{j=1}^C (I(i, j) - \mu)^2, \quad (10)$$

onde L e C são o número de linhas e de colunas.

As equações (6) e (8) relacionam os parâmetros μ_1 , μ_2 , σ_1^2 , σ_2^2 e p_1 a serem calculados a μ e σ^2 , obtidos de (9) e (10). Entretanto, dispõe-se de apenas 2 equações para 5 incógnitas, e o sistema é subdeterminado. Na primeira etapa do método, divide-se o suporte da imagem em um número específico de regiões, sendo calculadas a média $\mu(r)$ e a variância $\sigma^2(r)$ em cada região r ; assim, as relações (6) e (8) permanecem válidas $\forall r$. A vantagem é que, embora a proporção $p_1(r)$ varie de região para região, os parâmetros μ_1 , σ_1^2 , μ_2 , σ_2^2 , intrínsecos às distribuições f_1 e f_2 , permanecem inalterados. Isto é, cada nova região analisada contribui ao sistema com 2 novas equações ao passo que acrescenta apenas uma incógnita — $p_1(r)$. Conclui-se que, se R é o número total de regiões, há $4 + R$ incógnitas e $2R$ equações do tipo:

$$\begin{cases} \mu(r) = p_1(r) \mu_1 + (1 - p_1(r)) \mu_2 \\ \sigma^2(r) = p_1(r) [\sigma_1^2 + (\mu(r) - \mu_1)^2] + \\ (1 - p_1(r)) [\sigma_2^2 + (\mu(r) - \mu_2)^2] \end{cases} \quad (11)$$

Trata-se, no entanto, de um sistema de equações não-lineares. Na primeira etapa do algoritmo, propõe-se uma solução numérica ao problema. Entretanto, conforme será abordado na seção 2.3, é mais conveniente expressar a segunda relação em (11) em termos dos momentos de segunda ordem $\lambda(r)$ de cada região, em substituição às variâncias. Da definição de λ aplicada a (1):

$$\lambda(r) = \int_{-\infty}^{\infty} x^2 \cdot [p_1(r) f_1(x) + (1 - p_1(r)) f_2(x)] dx, \quad (12)$$

e o sistema (11) se reduz a:

$$\begin{cases} \mu(r) = p_1(r) \mu_1 + (1 - p_1(r)) \mu_2 \quad (a) \\ \lambda(r) = p_1(r) \lambda_1 + (1 - p_1(r)) \lambda_2 \quad (b) \end{cases} \quad (13)$$

Em (13)-(b), os momentos $\lambda(r)$ podem ser calculados a partir das estimativas de $\mu(r)$ e $\sigma^2(r)$:

$$\lambda(r) = \sigma^2(r) + [\mu(r)]^2. \quad (14)$$

Inversamente, uma vez calculados os momentos λ_1 e λ_2 , determinam-se as variâncias σ_1^2 e σ_2^2 a partir da mesma relação.

Obtidos μ_1 , μ_2 , σ_1^2 , σ_2^2 , todos parâmetros necessários ao cálculo do limiar ótimo ficam determinados, uma vez que, como mostrado na seção 2.3, há uma expressão simples em forma fechada que relaciona p_1 àquelas grandezas e a μ e σ .

2.2 Particionamento da Imagem

Optou-se, por simplicidade, em dividir a imagem em regiões retangulares que não se sobrepõem, mas que são contíguas, formando, assim, uma partição do suporte da imagem. Em particular, note-se que há mais equações do que incógnitas se $R > 4$. Entretanto, o número de regiões não pode ser arbitrariamente grande, pois quanto maior R , menor o número de *pixels* em cada região, o que diminui a precisão das estimativas de $\mu(r)$ e $\sigma^2(r)$ segundo (9) e (10). Observou-se que a divisão em $R_j = 3$ regiões na horizontal por $R_i = 3$ regiões na vertical, num total de $R = R_i \cdot R_j = 9$ regiões, foi suficiente para a convergência do algoritmo que será descrito a seguir, nos casos analisados.

2.3 Primeira Etapa

Na proposta de uma solução iterativa ao sistema (11) surge o problema de se determinar uma estimativa inicial antes do início das iterações, seja ela referente às médias e variâncias associadas às distribuições f_1 e f_2 ou às proporções de objeto em cada região r da imagem, $p_1(r)$. No caso das médias μ_1 e μ_2 uma informação ainda não considerada pode ser utilizada com este objetivo: observe-se, da equação (13)-(a), que a média global $\mu(r)$ associada a cada região é a média ponderada de μ_1 e μ_2 . Desta forma:

$$\mu_1 \leq \mu(r) \leq \mu_2, \quad \forall r, \quad (15)$$

se for arbitrado μ_1 como o menor entre μ_1 e μ_2 .

Como (15) se mantém em todas as regiões:

$$\mu_1 \leq \min_{1 \leq r \leq R} [\mu(r)], \quad (16)$$

$$\mu_2 \geq \max_{1 \leq r \leq R} [\mu(r)]. \quad (17)$$

Uma possível estimativa inicial de μ_1 e μ_2 consiste, pois, no menor e no maior valor dentre todas as médias estimadas das R regiões da imagem.

Estimativas deste tipo não são tão imediatas para σ_1^2 e σ_2^2 . No entanto, elas surgem também para os momentos de segunda ordem λ_1 e λ_2 , se eles forem utilizados em substituição às variâncias.

Analogamente às relações obtidas para as médias μ_1 e μ_2 , tem-se, da equação (13)-(b):

$$\lambda_1 \leq \min_{1 \leq r \leq R} [\lambda(r)], \quad (18)$$

$$\lambda_2 \geq \max_{1 \leq r \leq R} [\lambda(r)]. \quad (19)$$

Uma observação adicional acerca do momento de ordem 2 pode ainda ser útil na escolha da estimativa inicial de λ_2 . Sabe-se que o momento de ordem 2 associado a uma distribuição é igual à variância mais o quadrado da média (Papoulis, 1965), ou seja, para a distribuição f_2 :

$$\lambda_2 = \mu_2^2 + \sigma_2^2. \quad (20)$$

Por ser a variância σ_2^2 não-negativa, segue:

$$\lambda_2 \geq \mu_2^2. \quad (21)$$

Considerando-se também a desigualdade (19):

$$\lambda_2 \geq \max(\mu_2^2, \max_{1 \leq r \leq R} [\lambda(r)]), \quad (22)$$

ou seja, a estimativa inicial de λ_2 pode ser tomada como o maior valor dentre μ_2^2 e todos os $\lambda(r)$.

Desta forma, dispõe-se também de uma estimativa inicial para λ_1 e λ_2 , desde que se possa estimar os momentos $\lambda(r)$ associados a cada região r . Felizmente, esta grandeza é obtida diretamente das estimativas $\mu(r)$ e $\sigma^2(r)$, segundo (14).

Também as variâncias σ_1^2 e σ_2^2 , necessárias para o cálculo de L em (2), podem ser obtidas a partir de λ_1 e μ_1 , λ_2 e μ_2 , segundo a mesma relação.

Isto sugere que, em vez de se calcular μ_1 , μ_2 , σ_1^2 , σ_2^2 a partir diretamente das médias e variâncias em cada região da imagem, sejam inicialmente calculados os momentos de ordem 2, $\lambda(r)$, a partir daquelas grandezas, e, só então, μ_1 , μ_2 , λ_1 e λ_2 , a partir do sistema (13). Somente após estes cálculos, seriam então estimadas σ_1^2 e σ_2^2 .

Adotou-se uma solução iterativa a este sistema de equações não-lineares, baseada na observação de que, supostos conhecidos os valores de $p_1(r)$, $1 \leq r \leq R$, tem-se um sistema linear nas incógnitas μ_1 e μ_2 a partir da relação (a) em (13), e outro sistema linear, em λ_1 e λ_2 , a partir da relação (b). Da mesma forma, supostos conhecidos μ_1 , μ_2 , λ_1 , λ_2 , a equação (13) corresponde a um único sistema linear nas incógnitas $p_1(r)$.

O método iterativo, baseado na resolução destes sistemas lineares, fica assim esquematizado:

1. adotam-se ${}^0\mu_1 = \min_{1 \leq r \leq R} [\mu(r)]$, ${}^0\mu_2 = \max_{1 \leq r \leq R} [\mu(r)]$, ${}^0\lambda_1 = \min_{1 \leq r \leq R} [\lambda(r)]$ e ${}^0\lambda_2 = \max(\mu_2^2, \max_{1 \leq r \leq R} [\lambda(r)])$ como estimativas iniciais de μ_1 , μ_2 , λ_1 e λ_2 ;
2. a partir de ${}^0\mu_1$, ${}^0\mu_2$, ${}^0\lambda_1$ e ${}^0\lambda_2$, calcula-se uma estimativa de $\mathbf{p} = [p_1(1) \ p_1(2) \ \dots \ p_1(R)]^T$ pela solução do sistema (13), linear em \mathbf{p} ;
3. a partir de \mathbf{p} estimado no item 2, obtêm-se novas estimativas de μ_1 e de μ_2 pela resolução do sistema linear (13)-(a), pelo método dos mínimos quadrados com a restrição de que as raízes sejam positivas;
4. a partir de \mathbf{p} e de μ_1 e μ_2 estimados no item 3, obtêm-se novas estimativas de λ_1 e de λ_2

pela resolução do sistema linear (13)-(b), pelo método dos mínimos quadrados com a restrição: $\lambda_1 \leq \min_{1 \leq r \leq R} [\lambda(r)]$ e $\lambda_2 \geq \max(\mu_2^2, \max_{1 \leq r \leq R} [\lambda(r)])$;

5. determina-se a diferença:

$\mathbf{d} = [\mu_1 \ \mu_2 \ \lambda_1 \ \lambda_2]^T - [{}^0\mu_1 \ {}^0\mu_2 \ {}^0\lambda_1 \ {}^0\lambda_2]^T$. Se o maior elemento de \mathbf{d} , em módulo, for maior do que um valor ϵ especificado, então adotam-se μ_1 , μ_2 , λ_1 e λ_2 como novos valores de ${}^0\mu_1$, ${}^0\mu_2$, ${}^0\lambda_1$ e ${}^0\lambda_2$ e reinicia-se o processo, a partir do item 2. Caso contrário, foi satisfeito o critério de parada.

Cálculo da Proporção de Objeto na Imagem

Os métodos propostos na seção anterior permitem o cálculo de μ_1 , μ_2 , σ_1^2 , σ_2^2 . Para a determinação do limiar ótimo de binarização a partir da equação (2), resta apenas determinar p_1 .

Nas equações (6) e (8) constata-se que apenas p_1 permanece indeterminado. Como se trata de equações lineares, pode-se isolar p_1 em qualquer uma delas, o que forneceria, em princípio, o mesmo resultado independentemente da equação escolhida. No entanto, isto na prática não ocorre, em virtude dos procedimentos numéricos adotados. Optou-se, assim, por aplicar o método dos mínimos quadrados, para satisfazer simultaneamente as duas equações com o menor erro quadrático possível. Rescrevendo (6) e (8):

$$\begin{cases} \delta_{1,2} \cdot p_1 = \delta_2 \\ (\alpha + \delta_1^2 - \delta_2^2) \cdot p_1 = \beta - \delta_2^2 \end{cases}, \quad (23)$$

onde $\alpha = \sigma_1^2 - \sigma_2^2$, $\beta = \sigma^2 - \sigma_2^2$, $\delta_{1,2} = \mu_1 - \mu_2$, $\delta_1 = \mu - \mu_1$ e $\delta_2 = \mu - \mu_2$.

A solução pelo método dos mínimos quadrados conduz à seguinte solução em forma fechada:

$$p_1 = \frac{\delta_{1,2} \cdot \delta_2 + [\alpha + \delta_1^2 - \delta_2^2] \cdot [\beta - \delta_2^2]}{\delta_{1,2}^2 + [\alpha + \delta_1^2 - \delta_2^2]^2}. \quad (24)$$

2.4 Segunda Etapa

A primeira etapa, apresentada na seção anterior, fornece uma estimativa inicial de L , podendo já ser realizada a binarização, ainda que alguns *pixels* sejam classificados incorretamente. Uma segunda etapa, aqui descrita, se faz necessária à obtenção do valor ótimo de L , a partir do cálculo das médias e variâncias de f_1 e f_2 com precisão maior do que a obtida pela resolução de (11) ou (13) proposta.

A 2ª etapa do método é baseada na separação de f_1 e f_2 a partir de estimativas de L , a primeira das quais é obtida na etapa anterior. O que se observou é que o uso dos estimadores da média (9) e da variância (10) nos *pixels* de cada distribuição, segundo a binarização utilizando a 1ª estimativa de L , conduziu a valores mais precisos daquelas grandezas do que os obtidos na 1ª etapa e então utilizados no cálculo deste limiar. Assim, uma

2ª estimativa de L , mais próxima do valor ótimo, pôde ser obtida da equação (2). Como este limiar conduz a menos classificações incorretas, as médias e variâncias obtidas para cada distribuição dos estimadores (9) e (10) são ainda mais precisas. Isto sugere o uso sucessivo dos estimadores nos *pixels* que, segundo os limiares obtidos, pertençam a cada distribuição, e a atualização daqueles limiares com base nas novas médias e variâncias. Já que a cada vez menos *pixels* são classificados incorretamente, o limiar converge para o valor ótimo.

O processo iterativo fica assim esquematizado:

1. calcula-se a 1ª estimativa L_0 do limiar, pelo método apresentado na seção 2.3;
2. determinam-se estimativas de μ_1 e σ_1^2 pela aplicação dos estimadores (9) e (10) aos *pixels* com nível de cinza inferior a L_0 ;
3. determinam-se estimativas de μ_2 e σ_2^2 pela aplicação dos estimadores (9) e (10) aos *pixels* com nível de cinza superior a L_0 ;
4. a partir de μ_1 , σ_1^2 , μ_2 e σ_2^2 , determina-se p_1 a partir da equação (24);
5. calcula-se uma nova estimativa do limiar L a partir da equação (2);
6. determina-se a diferença $d = L - L_0$. Se d for, em módulo, maior do que um valor ϵ especificado, segundo um critério de parada, então adota-se L como novo valor de L_0 e reinicia-se o processo, no item 2. Caso contrário, foi satisfeito o critério de parada.

3 Resultados Experimentais

O algoritmo aqui proposto foi aplicado a imagens sintéticas e reais. As tabelas 1 e 2 mostram os parâmetros teóricos utilizados na geração de duas imagens sintéticas de exemplo, bem como os parâmetros correspondentes obtidos pelo algoritmo. Observa-se que o método permitiu determinar os parâmetros com erro inferior a 3%. Na figura 1 ilustra-se a binarização da 1ª imagem sintética (tabela 1): em (a), apresenta-se uma imagem sintética degradada com ruído gaussiano aditivo, em (c), o seu histograma com o limiar obtido, e em (b), a imagem binarizada. Como o limiar obtido é bastante próximo do teórico, e como as distribuições não se sobrepõem, todos os *pixels* da imagem são classificados corretamente.

Como exemplo da aplicação a uma imagem real, tem-se na figura 2-(a) a imagem de uma trajetória sobre um fundo, juntamente com seu histograma destacando-se o limiar obtido (figura 2-(c)) e com o resultado da binarização (figura 2-(b)). Novamente as distribuições não se sobrepõem, e como o limiar calculado se situa entre elas, todos os *pixels* são classificados corretamente.

Por fim, a figura 3-(a) exibe uma imagem sintética altamente degradada com ruído gaussiano aditivo, de modo a sobrepor as distribuições.

Neste caso, nem mesmo o limiar teórico separa as distribuições (figura 3-(c)), de forma que vários *pixels* são classificados incorretamente (figura 3-(b)). Entretanto, observou-se que a utilização de um filtro que reduza o ruído aditivo pode permitir separar as distribuições e utilizar com sucesso a mesma técnica de binarização. O teste foi realizado utilizando o filtro de Wiener (Lim, 1990). Na figura 4-(a), mostra-se o resultado da aplicação deste filtro à imagem 3-(a). Em 4-(c), é apresentado o histograma correspondente, onde se nota a redução do ruído aditivo com a separação das distribuições. O novo limiar, obtido pelo método proposto, situa-se entre as distribuições. Em 4-(b), mostra-se o resultado da aplicação deste limiar, com todos os *pixels* classificados corretamente.

4 Conclusão

Neste artigo, foi proposto um algoritmo para determinação dos parâmetros estatísticos de imagens de 2 regiões de reflectâncias constantes, necessários ao cálculo do limiar ótimo de binarização. O método se baseia em duas etapas iterativas. A primeira obtém uma estimativa inicial do limiar. A segunda conduz ao valor ótimo por sucessivas aproximações das médias e variâncias das distribuições de probabilidade do objeto e do fundo. Obteve-se bom desempenho em testes com imagens reais e sintéticas. Neste caso, os parâmetros foram calculados com erros inferiores a 3% em relação aos de geração das imagens.

Por se basear em métodos numéricos iterativos, o algoritmo se mostrou adequado a sistemas que não requerem o cálculo do limiar em tempo real, ou ainda em que apenas as proporções de objeto e de fundo possam variar consideravelmente de uma imagem para outra ao longo do processo. Um exemplo é a guiagem de manipuladores robóticos por servo-visão, cuja pesquisa conduziu ao algoritmo proposto. A binarização se faz necessária para extrair das imagens as trajetórias a serem

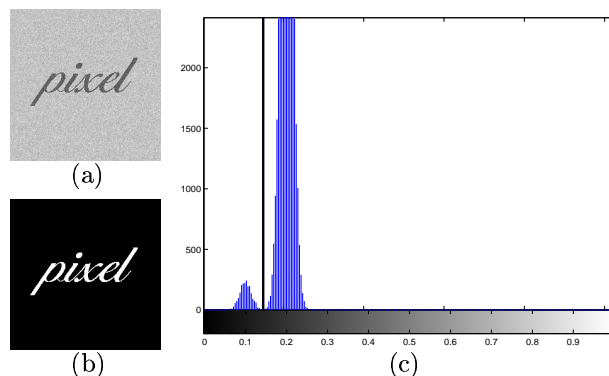


Figura 1. (a) Imagem sintética com 2 regiões de reflectância afetadas por ruído gaussiano aditivo. (b) Imagem binarizada a partir do limiar calculado. (c) Histograma correspondente, com destaque para o limiar calculado (após 1 iteração na 1ª etapa e 4 na 2ª).

Parâmetro	Teórico	Calculado	Erro
μ_1	0,1000	0,0995	0,53%
μ_2	0,2000	0,2001	0,05%
$\sigma_1^2 \cdot 10^4$	2,0000	1,9597	2,02%
$\sigma_2^2 \cdot 10^4$	2,0000	1,9923	0,39%
λ_1	0,0102	0,0101	1,08%
λ_2	0,0402	0,0402	0,09%
p_1	0,0368	0,368	0,05%
limiar (L)	0,1435	0,1431	0,21%

Tabela 1. Comparação entre os parâmetros teóricos utilizados na geração da imagem sintética 1 (figura 1) e os calculados (após 1 iteração na 1ª etapa e 4 na 2ª).

Parâmetro	Teórico	Calculado	Erro
μ_1	0,3000	0,3003	0,10%
μ_2	0,5000	0,5000	0,00%
$\sigma_1^2 \cdot 10^4$	3,0000	3,0604	2,01%
$\sigma_2^2 \cdot 10^4$	2,0000	1,9885	0,57%
λ_1	0,0903	0,0905	0,21%
λ_2	0,2502	0,2502	0,00%
p_1	0,0491	0,0491	0,00%
limiar (L)	0,4062	0,4070	0,18%

Tabela 2. Comparação entre os parâmetros teóricos utilizados para gerar a imagem sintética 2 e os calculados (após 1 iteração na 1ª etapa e 3 na 2ª).

seguidas. O parâmetro p_1 claramente pode variar de uma imagem para outra, conforme o campo de visão apresente mais ou menos trajetória em relação ao fundo. Os demais parâmetros permanecem inalterados e só necessitam ser calculados uma vez. A cada nova imagem adquirida, o valor de p_1 pode então ser atualizado a partir da equação (24), permitindo o cálculo do limiar ótimo por (2) e minimizando a probabilidade de classificações incorretas durante todo o processo.

Outras aplicações que justificam o emprego do algoritmo são a binarização de imagens de texto para sistemas de OCR e a compressão de imagens de 2 regiões de reflectâncias, casos em que o limiar não necessita ser determinado em tempo real.

Referências Bibliográficas

- Apostol, T. M. (1994). *Cálculo*, Vol. 2, Editora Reverté Ltda.
- Bauchspiess, A. (1995). *Predictive Sensorgesteuerte Bahnführung Von Handhabungssystemen*, PhD thesis, Technische Fakultät der Universität Erlangen-Nürnberg.
- Gonzalez, R. C. e Woods, R. E. (2000). *Processamento de Imagens Digitais*, Edgard Blücher.
- Helstrom, C. W. (1984). *Probability and Stochastic Processes for Engineers*, Macmillan Publishing Company.
- Horn, B. K. P. (1998). *Robot Vision*, The MIT Electrical Engineering and Computer Science Series, The MIT Press.
- Jayant, N. S. e Noll, P. (1984). *Digital Coding of Waveforms*, Prentice-Hall, Inc.

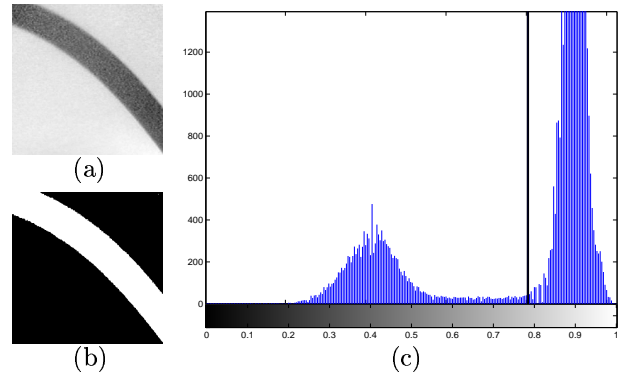


Figura 2. (a) Imagem real de uma trajetória sobre um fundo. (b) Imagem binarizada a partir do limiar calculado. (c) Histograma correspondente, com destaque para o limiar calculado (após 1 iteração na 1ª etapa e 7 na 2ª).

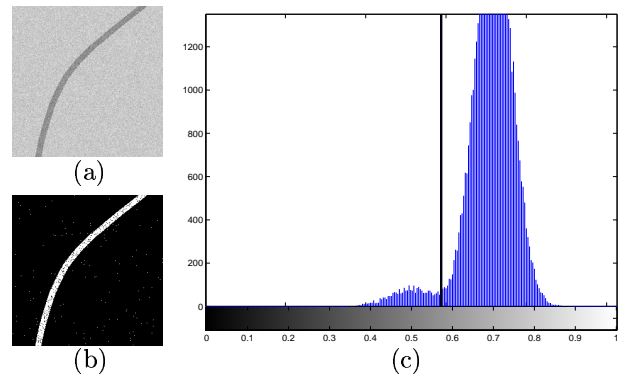


Figura 3. (a) Imagem sintética com 2 regiões de reflectância altamente degradadas por ruído gaussiano aditivo. (b) Imagem binarizada a partir do limiar teórico ótimo. (c) Histograma correspondente, com destaque para o limiar teórico; observa-se a sobreposição das duas distribuições.

Lim, J. S. (1990). *Two-Dimensional Signal and Image Processing*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall.

Papoulis, A. (1965). *Probability, Random Variables, and Stochastic Processes*, McGraw-Hill.

White, J. M. e Rohrer, G. D. (1983). Image thresholding for optical character recognition and other applications requiring character image extraction, *IBM Journal of Research and Development* **27**(4): 400–411.

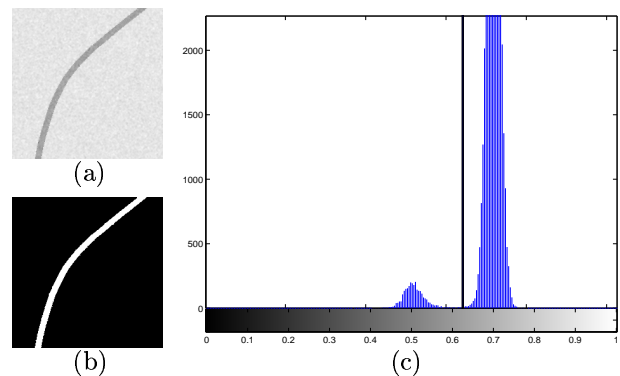


Figura 4. (a) Resultado da aplicação do filtro de Wiener à imagem 3. (b) Imagem binarizada a partir do limiar calculado. (c) Histograma correspondente, com o limiar calculado (após 1 iteração na 1ª etapa e 6 na 2ª).