

# UMA ABORDAGEM BASEADA EM MAPAS AUTO-ORGANIZÁVEIS DE KOHONEN APLICADA AO PROBLEMA DE ROTEAMENTO DE VEÍCULOS

LALINKA DE C. T. GOMES, FERNANDO J. VON ZUBEN

*Departamento de Engenharia de Computação e Automação Industrial  
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação  
Universidade Estadual de Campinas*

*Caixa Postal 6101, CEP 13083-970, Campinas, São Paulo, Brasil*

*E-mails: lalinka@dca.fee.unicamp.br, vonzuben@dca.fee.unicamp.br*

**Resumo**— Este artigo apresenta um novo método destinado à solução do problema de roteamento de veículos capacitados baseado em mapas auto-organizáveis de Kohonen, com possibilidade de inserção e eliminação de neurônios. O algoritmo proposto provê uma estratégia competitiva que emprega uma medida de similaridade multicritério fundamentada em recompensas e punições, aplicadas aos neurônios de acordo com seu estado corrente e no sentido de sintetizar um processo adaptativo de relaxação das restrições. Visando investigar o desempenho do método, é apresentado um conjunto de simulações computacionais e os resultados obtidos são comparados com as melhores soluções conhecidas disponíveis na literatura.

**Abstract**— This paper presents a new approach to solve the capacited vehicle routing problem based on Kohonen self-organizing maps, with the possibility of neuron insertion and pruning. The proposed algorithm provides a competitive strategy employing a multicriterion similarity measure based on rewards and punishments, which are applied to the neurons according to their current state and in order to synthesize an adaptive process of restriction relaxation. To investigate the performance of the method, computer simulations are provided, and the results are compared with the best known solutions available in the literature.

**Keywords**— vehicle routing, Kohonen self-organizing map, neuron insertion and pruning, multicriterion similarity measure.

## 1 Introdução

Problemas de roteamento pertencem a uma das classes mais extensivamente estudadas na área da pesquisa operacional. São casos típicos de otimização combinatorial, nos quais a busca por soluções ótimas é inviável e apresenta nível de complexidade computacional crescente de acordo com o porte do problema. Neste trabalho, são considerados problemas de grande porte, com espaço de busca discreto e de dimensão elevada, e que geralmente apresentam múltiplos objetivos e múltiplas restrições. Estas propriedades levam a uma explosão combinatorial de candidatos à solução, de modo que uma busca exaustiva pela solução ótima, dentre as soluções candidatas, representa um procedimento computacionalmente intratável (Garey & Johnson, 1979). Em vista dessa inviabilidade, tem-se mostrado necessária a busca por métodos alternativos que conduzam a soluções sub-ótimas de forma rápida e eficiente. Além dos métodos heurísticos clássicos originados no campo da pesquisa operacional e das técnicas modernas chamadas “meta-heurísticas” (Reeves, 1993), vêm sendo desenvolvidas diversas abordagens baseadas em redes neurais artificiais, com o objetivo de solucionar eficientemente problemas combinatorios. Um dos segmentos de redes neurais que vêm adquirindo crescente importância e obtendo considerável sucesso é procedente do paradigma de aprendizado não-supervisionado, e constitui a classe dos mapas auto-organizáveis. Estudos efetuados nos últimos anos vêm demonstrando que os mapas auto-

organizáveis são extremamente eficientes na solução de problemas combinatorios de grande porte (Modares *et al.*, 1999; Somhom *et al.*, 1999).

## 2 Definição do Problema

O problema de roteamento de veículos abordado neste trabalho considera a existência de um depósito central no qual encontram-se armazenadas as cargas a serem entregues aos consumidores, uma frota de veículos encarregada da distribuição das cargas, e um conjunto de consumidores, cada qual associado a uma demanda.

Os veículos partem do depósito central e apresentam uma capacidade de carga fixa. A demanda associada a um determinado consumidor deve ser integralmente atendida por somente um veículo.

O objetivo do problema é definir a seqüência de consumidores a serem atendidos pelos veículos de modo que a soma das distâncias percorridas seja mínima, as demandas sejam supridas e as restrições de carga sejam respeitadas.

## 3 Mapas Auto-Organizáveis de Kohonen

Os mapas auto-organizáveis de Kohonen (Kohonen, 1997) constituem uma classe de redes neurais artificiais baseadas em aprendizado competitivo, em que os neurônios tendem a aprender a distribuição estatística dos dados de entrada. A Fig. 1 exibe uma arquitetura típica dos mapas auto-organizáveis, na

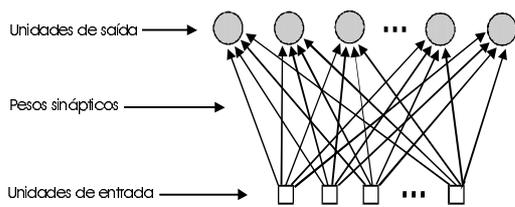


Figura 1. Arquitetura de uma rede neural auto-organizável.

qual todas as unidades de entrada encontram-se conectadas a todas as unidades de saída (neurônios) através de conexões sinápticas.

O algoritmo de auto-organização envolve 4 etapas principais, introduzidas a seguir:

- **inicialização do mapa:** consiste na definição dos pesos sinápticos iniciais;
- **processo competitivo:** mediante a apresentação de um padrão de entrada, os neurônios competem entre si através de seus níveis de ativação, sendo que apenas um neurônio será o vencedor;
- **processo cooperativo:** é inspirado em um mecanismo neurobiológico, no qual o neurônio vencedor do processo competitivo tende a influenciar o estado dos neurônios vizinhos;
- **adaptação sináptica:** nesta fase, os pesos sinápticos do neurônio vencedor e seus vizinhos são atualizados de modo a se aproximarem espacialmente do padrão de entrada.

#### 4 Estrutura da Rede Neural Aplicada ao Problema e Algoritmo Proposto

A arquitetura da rede adotada é similar à exibida na Fig. 1, com relação de vizinhança unidimensional. A primeira camada é composta pelos padrões de entrada, que para o caso do problema de roteamento de veículos correspondem às coordenadas dos consumidores em um plano, e a segunda camada é formada pelos neurônios de saída.

As informações de entrada do algoritmo são o número de veículos, a capacidade de carga associada aos veículos, as coordenadas dos consumidores e suas demandas.

O algoritmo proposto segue as 4 etapas básicas descritas na Seção 3: inicialização do mapa, processo competitivo, processo cooperativo e adaptação sináptica.

O algoritmo engloba também uma política de remoção e inserção de neurônios durante o treinamento da rede, apresentada na sub-seção 4.5, e prevê uma estratégia de inibição de neurônios, na qual neurônios que vencem o processo competitivo mais de uma vez em um mesmo ciclo de apresentação de padrões são excluídos do processo competitivo durante uma época.

O pseudo-código a seguir ilustra em linhas gerais o procedimento realizado para a solução do

problema de roteamento de veículos através de mapas auto-organizáveis. As sub-seções que se seguem descrevem em detalhes os passos do algoritmo.

- Inicialização do Mapa;
- Enquanto não satisfizer o critério de parada faça:
  - Desinibir neurônios;
  - Ordenar padrões de entrada aleatoriamente;
  - Efetuar para cada consumidor:
    - Determinação da rota vencedora;
    - Incluir neurônio auxiliar no processo competitivo, sobre as coordenadas do depósito;
    - Determinação do neurônio vencedor;
      - Se neurônio auxiliar vencer competição, inseri-lo na rede;
      - Se neurônio vencedor não está Inibido:
        - Se neurônio vencedor já venceu mais de 1 vez na época:
          - InserirNeuronio = 1;
          - Inibe(NeurônioVencedor) = 1;
        - Efetuar adaptação sináptica;
      - Se InserirNeuronio
        - Inserção de novos neurônios na rede;
        - Eliminar neurônios inativos da rede;

##### 4.1 Inicialização do Mapa Auto-organizável

Durante a inicialização do mapa, os neurônios são dispostos em pequenos anéis em torno das coordenadas do depósito, sendo que o número de anéis é igual ao número de rotas/veículos. Diante da grande influência que a distribuição inicial dos neurônios apresenta sobre a configuração final do mapa, uma conformação inicial adequada é crucial para o bom desempenho do algoritmo. Dessa forma, no intuito de encontrar uma inicialização conveniente, os dados de entrada são submetidos a um pré-processamento, que consiste na aplicação de uma outra rede de Kohonen na qual o número de neurônios é igual ao número de rotas. A operação de pré-processamento realiza uma extração de características, almejando a identificação da presença de agrupamento de consumidores e áreas de concentração de demanda no plano de coordenadas. Os pesos sinápticos dos neurônios da rede de Kohonen para pré-processamento determinam as coordenadas dos agrupamentos, e a inicialização do mapa é então efetuada de modo que cada rota tenda a se responsabilizar por um agrupamento distinto.

##### 4.2 Processo Competitivo e Critério de Similaridade

Quando um consumidor é apresentado à rede, é selecionado um neurônio vencedor, cujo cálculo envolve um critério de similaridade entre os neurônios e o consumidor. Devido à existência de restrições a serem respeitadas no problema de roteamento

de veículos, a seleção do neurônio vencedor se dá de forma bastante distinta daquela proposta em (Angéniol *et al.*, 1988) para o problema do caixeiro viajante simétrico.

O critério de similaridade envolvendo apenas a distância euclidiana entre o neurônio em processo de competição e o padrão de entrada é bastante adequado a problemas do tipo caixeiro viajante (Aras *et al.*, 1999), que podem ser vistos como casos particulares de um problema de roteamento de veículos. Entretanto, quando se consideram classes mais complexas de problemas de roteamento, mostra-se necessário o uso de critérios de similaridade mais elaborados. No caso do problema de roteamento de veículos, o procedimento de obtenção de uma função de similaridade é bem mais complexo, pois muitas vezes envolve o tratamento de múltiplos objetivos, geralmente conflitantes, não correlacionados e expressos em escalas e/ou unidades distintas.

No algoritmo descrito neste trabalho, os objetivos são devidamente ponderados e agregados em uma única função-objetivo.

Visando tratar eficientemente os múltiplos objetivos, o algoritmo opera com base em uma política de “punição e recompensa”, na qual neurônios que satisfazem os critérios estipulados são recompensados, enquanto que aqueles que não satisfazem são punidos.

O cálculo do critério de similaridade envolve certas características estatísticas que refletem o estado global do mapa auto-organizável:

- centro de massa de cadaanel/rota, calculado com base nos pesos sinápticos dos neurônios associados àquela rota;
- variância das demandas associadas a cada rota, calculada com base nas magnitudes das demandas associadas à rota.

O processo de cálculo do critério de similaridade é sub-dividido em duas etapas principais: cálculo da rota vencedora e cálculo do neurônio vencedor.

#### 4.2.1 Cálculo da Rota Vencedora

O cálculo da rota vencedora tem por função determinar o veículo que apresenta maior probabilidade de satisfazer a demanda relacionada ao consumidor em questão e ao mesmo tempo minimizar a soma das distâncias percorridas pelos veículos. São considerados os seguintes fatores:

- carga total associada à rota/veículo: para cada consumidor, calcula-se o neurônio mais próximo e adiciona-se a demanda associada ao consumidor à demanda total suprida pela rota da qual o neurônio é membro;
  - capacidade dos veículos;
  - distância euclidiana entre as coordenadas do consumidor e os centros de massa de cada rota;

- variância relacionada ao conjunto de todas as demandas supridas pela rota.

O cálculo da rota vencedora é efetuado com base em um esquema de penalizações. Penalizações muito rígidas, sobretudo em etapas iniciais do processo de organização do mapa, não conduzem a soluções satisfatórias. Embora as restrições sejam satisfeitas, a minimização da distância total é sacrificada. Assim, as penalizações são relaxadas, assumindo uma faixa relativamente ampla nas épocas iniciais e tornando-se mais severas com o transcorrer das épocas. O tratamento da restrição de capacidade proposto neste trabalho considera o grau de violação da capacidade, dado pela Eq. (1):

$$gv = \begin{cases} 0 & \text{se } C \leq LI \\ \frac{C-LI}{LS-LI} & \text{se } LI < C < LS \\ 1 & \text{se } C \geq LS \end{cases} \quad (1)$$

onde  $C$  é a carga correntemente suportada pelo veículo,  $LI$  e  $LS$  são os limitantes inferior e superior, respectivamente, para a faixa de adequabilidade de carga relacionada à rota em análise.  $LI$  e  $LS$  são calculados com base na capacidade dos veículos, de modo que  $LI$  deve ser menor ou igual à capacidade do veículo e  $LS$  deve ser maior ou igual à capacidade do veículo. O grau de violação de capacidade pode assumir qualquer valor dentro do intervalo  $[0,1]$ , sendo que o valor 0 denota grau de violação mínimo e o valor 1 representa grau de violação máximo. Dessa forma,  $gv$  reflete a adequabilidade de cada rota em termos da carga total correntemente suportada com relação à capacidade do veículo. Assim, um dos fatores a serem considerados no cálculo da rota vencedora é a minimização do grau de violação.

Um outro fator a ser considerado é a minimização da distância euclidiana entre as coordenadas do consumidor em questão e o centro de massa da rota à qual pertence o neurônio vencedor. O algoritmo trabalha no sentido de sacrificar neurônios membros de rotas cujas coordenadas do centro de massa estejam muito distantes do consumidor, numa tentativa de evitar que as rotas se estendam demasiadamente e prejudiquem a minimização da distância total. O tratamento desse fator de ponderação é feito com base em uma *distância relativa* ( $dr$ ). Calculam-se as distâncias euclidianas máxima, que corresponderá ao limitante superior  $MaxD$ , e mínima, que corresponderá ao limitante inferior  $MinD$ , entre o consumidor e as coordenadas do centro de massa de cada uma das rotas. O limitante inferior assume um grau de afastamento igual a 0, enquanto que o limitante superior assume grau 1. As distâncias relativas entre o consumidor e centros de massa das rotas situadas entre os limitantes serão associadas a um valor dado pela função linear mostrada na Fig.2.

O algoritmo considera também a variância das demandas servidas pelas rotas. De modo similar ao procedimento realizado para distância relativa, é

obtida a variância relativa ( $vr$ ): calculam-se as rotas de variância mínima ( $minV$ ) e máxima ( $maxV$ ) e atribui-se às demais rotas um grau de variância. Esse artifício visa evitar uma distribuição de demandas excessivamente heterogênea, com rotas responsáveis por um conjunto de demandas predominantemente grandes e rotas responsáveis por um conjunto de demandas predominantemente pequenas. Qualquer uma destas situações tende a sacrificar a minimização da distância total e a prejudicar o processo de ordenação do mapa.

Uma vez obtidos o grau de violação ( $gv$ ), a distância relativa ( $dr$ ) e a variância relativa ( $vr$ ), a rota vencedora será aquela que apresentar menor valor de saída para a Eq. (2):

$$rv = a_1 \times gv + a_2 \times dr - a_3 \times vr \quad (2)$$

onde  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  são constantes positivas, determinadas empiricamente, que ponderam os objetivos.

#### 4.2.2 Cálculo do Neurônio Vencedor

Em seguida ao cálculo da rota vencedora é selecionado o *neurônio vencedor*. Para cada consumidor, são obtidos os neurônios mais distante e mais próximo em termos de distância euclidiana. Sejam  $MinDN$  a distância euclidiana entre as coordenadas do consumidor e as coordenadas do neurônio mais próximo a ele e  $MaxDN$  a distância entre o consumidor e o neurônio mais distante. Para cada neurônio, a distância euclidiana com relação ao consumidor será mapeada para um valor  $drN$  entre [0,1], com base em  $MinDN$  e  $MaxDN$ . O neurônio vencedor será aquele que apresentar maior similaridade com o consumidor em questão, ou seja, aquele que apresentar menor saída para a função de similaridade computada de acordo com a Eq. (3):

$$J = a_4 \times drN + a_5 \times F \times drN \times FI \quad (3)$$

onde,

$F$ : é uma variável de controle e assume o valor 0 caso a rota à qual pertence o neurônio em processo de competição seja a rota vencedora, e 1 caso contrário;

$a_4$  e  $a_5$ : são constantes positivas destinadas a ponderação dos objetivos. Foram definidas empiricamente por tentativa e erro;

$FI$ : constitui uma variável de ponderação cujo valor aumenta com o transcorrer das épocas. A introdução dessa variável visa reduzir a probabilidade de que neurônios que não pertençam à rota vencedora vençam o processo competitivo em etapas finais do procedimento de auto-organização do mapa.

#### 4.3 O Processo Cooperativo

O processo cooperativo é inspirado em um mecanismo neurobiológico, no qual um neurônio que se

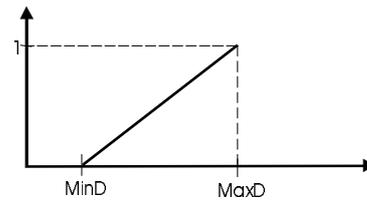


Figura 2. Distância Relativa.

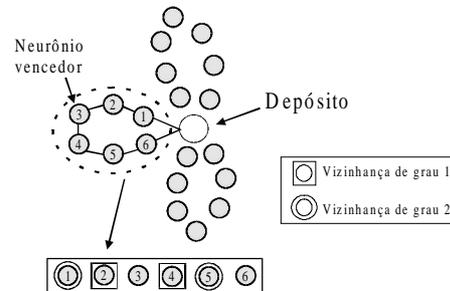


Figura 3. Relação de vizinhança adotada.

encontra no estado ativo tende a influenciar o estado dos neurônios vizinhos. A vizinhança considerada no algoritmo proposto neste trabalho é unidimensional, limitada ao anel onde se encontra o neurônio vencedor, e variável, uma vez que decresce com o número de épocas transcorridas. A Fig. 3 ilustra a relação de vizinhança.

Para vizinhança unidimensional, a função de ativação de vizinhança é definida de acordo com a Eq. (4):

$$h_{j,i(x)} = \exp\left(-\frac{d_{j,i}^2(x)}{2 \times \sigma^2}\right) \quad (4)$$

onde  $i(x)$  é o índice do neurônio vencedor para o consumidor  $x$ ,  $j$  é o índice de um neurônio vizinho,  $d_{j,i}$  representa a distância lateral entre o neurônio vencedor  $i$  e o neurônio vizinho  $j$ , e  $\sigma$  é uma medida de desvio padrão. Para o caso de vizinhança unidimensional, a distância lateral  $d_{j,i}$  é dada pelo grau de vizinhança. O raio de vizinhança afetado pelo neurônio vencedor decai com o número de iterações. Esse decaimento é controlado pelo desvio padrão associado à função de vizinhança gaussiana, e é calculado de acordo com a Eq. (5):

$$\sigma(n) = \sigma_0 \times \exp(-n/\tau_1) \quad (5)$$

onde  $\sigma_0$  é o valor inicial de  $\sigma$ , e  $\tau_1$  é uma constante de tempo que define o fator de redutibilidade da vizinhança.

#### 4.4 O Processo Adaptativo

O processo adaptativo consiste em um mecanismo de alteração dos pesos sinápticos realizado durante a auto-organização do mapa. A adaptação dos pesos

Instância	Nº de consumidores	Nº de rotas	Capacidade	Melhor solução conhecida (distância total)	Solução obtida (distância total)	Violação máxima de capacidade (%)	Tempo CPU (s)
eil22	21	4	6000	375	383.51	0	1
eil30	29	3	4500	534	574.00	0.56	3
eil33	32	4	8000	835	881.34	0	3
eil51	50	5	160	521	542.76	0	9
eila76	75	10	140	830	873.68	2.8	43
eilb76	75	15	100	1021	1094.20	7	57
eilc76	75	8	180	736	784.40	1.67	38
eila101	100	8	200	815	876.57	0.5	104

Tabela 1 – Resultados computacionais obtidos para o problema de roteamento de veículos comparados com as melhores soluções conhecidas, as quais podem ser encontradas em <<http://www.tem.nctu.edu.tw/~network/>>, <<http://www.iwr.uni-heidelberg.de/groups/comopt/software/TSPLIB95/vrp/>> e (Modares *et al.*, 1999).

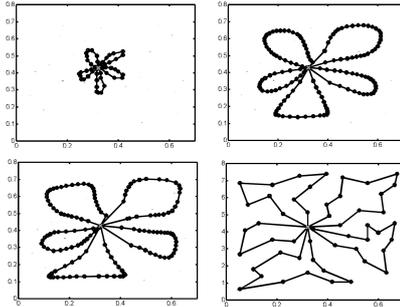


Figura 4. Evolução da solução para a instância eil51.

sinápticos para o neurônio vencedor e sua vizinhança na iteração  $n+1$  é feita de acordo com a Eq. (6).

$$\mathbf{w}_j(n+1) = \mathbf{w}_j(n) + \eta(n) \times h_{j,i(x)}(n) \times (\mathbf{x} - \mathbf{w}_j(n)) \quad (6)$$

onde  $\eta$  é o parâmetro de taxa de aprendizado,  $\mathbf{x}$  representa as coordenadas do consumidor em questão, e  $\mathbf{w}_j$  é o vetor de pesos referente ao neurônio  $j$ .

A taxa de aprendizado  $\eta$  assume inicialmente um valor próximo de 0.1, e decai com o número de épocas, de acordo com a Eq. (7):

$$\eta(n) = \eta_0 \times \exp\left(-\frac{n}{\tau_2}\right) \quad (7)$$

onde  $n$  é a época atual e  $\tau_2$  é uma constante de tempo.

#### 4.5 Inserção e Eliminação de Neurônios na Rede

O processo de inserção e remoção de neurônios durante o treinamento da rede foi introduzido por Angéniol *et al.* (1988) (veja também Aras *et al.*, 1999) e foi aplicado ao problema do caixeiro viajante simétrico. Neste trabalho, o procedimento é estendido para o problema de roteamento de veículos.

A política de inserção e eliminação de neurônios implementada obedece, em parte, ao procedimento descrito em Angéniol *et al.* (1988): caso um neurônio específico vença o processo competitivo duas vezes em um mesmo ciclo (uma apresentação do conjunto de consumidores), um novo neurônio é inserido na rede como vizinho de grau 1 sobre as

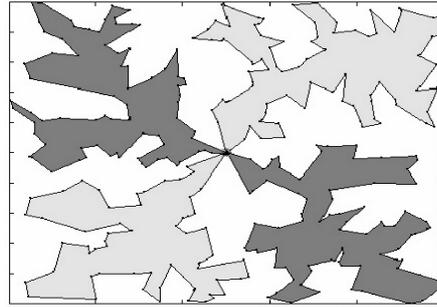


Figura 5. Solução para um problema com 300 consumidores posicionados aleatoriamente e veículos sem restrições.

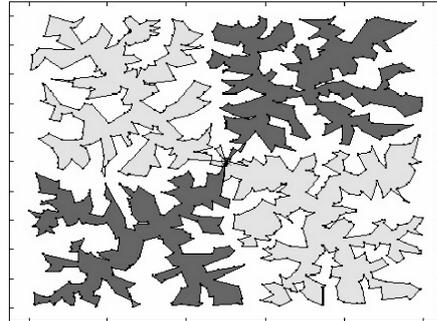


Figura 6. Solução para um problema com 1000 consumidores posicionados aleatoriamente e veículos sem restrições.

mesmas coordenadas do neurônio vencedor. Uma diferença entre o processo de inserção de neurônios no procedimento de Angéniol *et al.* (1988) e no procedimento implementado neste trabalho reside no fato de que novos neurônios podem ser incluídos nas coordenadas do depósito durante o treinamento da rede. A necessidade de inserção de novos neurônios com pesos associados ao depósito é determinada com base na avaliação do critério para seleção do neurônio vencedor, de modo que, para um determinado consumidor, além da avaliação da função-objetivo para cada neurônio presente na rede, é realizada também uma avaliação de um neurônio auxiliar, cujas coordenadas coincidem com as do depósito. Caso o neurônio auxiliar vença o processo competitivo, ele será inserido na rede como membro da rota adequada. Este artifício objetiva evitar que neurônios pertencentes a rotas sobrecarregadas vençam o processo competitivo devido à ausência de neurônios

associados a rotas não sobrecarregadas nas proximidades do consumidor. Caso um neurônio não vença o processo competitivo na rota à qual ele pertence durante 3 épocas consecutivas, ele será eliminado da rede. A convergência do mapa se dará quando cada neurônio se encontrar associado a um único consumidor, de acordo com um limiar de distância.

## 5 Resultados Computacionais

Nesta seção, são apresentados os resultados computacionais referentes a um conjunto de 10 instâncias. As simulações e a codificação foram realizadas em linguagem C e Matlab versão 5.3, e foram executadas em um microcomputador PC com processador Celeron e clock de 400MHz. A Tabela 1 sumariza os resultados computacionais obtidos para 8 instâncias. São apresentadas as soluções ótimas conhecidas e as soluções obtidas pelo algoritmo proposto neste trabalho. Repare que, embora o desempenho obtido via mapa auto-organizável tenha sido sempre um pouco inferior ao ótimo, deve-se salientar que o algoritmo é o mesmo para todos os casos, sem nenhum tipo de ajuste às características específicas de cada instância, sendo que as melhores soluções conhecidas foram produzidas por algoritmos especificamente ajustados para tratar cada instância separadamente. A Fig. 4 ilustra quatro etapas para a instância eil51: configuração inicial, mapa em processo de ordenação em dois momentos distintos e solução final. Em Fig. 5 e Fig. 6 é mostrada a configuração final do mapa para 2 problemas de grande porte, com veículos não capacitados e com o objetivo de gerar rotas de tamanhos equivalentes. A Fig. 5 mostra a solução para um problema com 300 consumidores, obtida em aproximadamente 30 minutos, e a Fig. 6 mostra a solução de um problema com 1000 consumidores, obtida em aproximadamente 5 horas. A codificação nestes dois casos foi feita integralmente em Matlab. Embora não se conheçam as soluções ótimas para esses casos, uma simples análise visual permite constatar que a solução produzida é de boa qualidade, evidenciando que o procedimento proposto é também adequado para problemas de grande porte.

## 6 Conclusões

Existem abordagens diversas para problemas de otimização combinatória, sendo que os mapas auto-organizáveis representam uma alternativa de grande potencial sempre que o problema puder ser expresso na forma de uma busca por percursos mínimos que devem respeitar uma distribuição espacial. Esta foi a motivação que conduziu à aplicação de mapas auto-organizáveis de Kohonen à solução do problema de roteamento de veículos. No entanto, a aplicação não é imediata, tendo sido necessário elaborar uma me-

tida de similaridade multicritério fundamentada em recompensas e punições. Além disso, procedimentos de inicialização do mapa e técnicas adaptativas para relaxação das restrições mostraram-se fundamentais para o desempenho do algoritmo. Em algumas execuções ocorreu violação de demanda de, no máximo, 7% da capacidade. Considerando que, na prática, as restrições geralmente são definidas levando em conta alguma folga, o desempenho do algoritmo foi bastante satisfatório. As duas grandes vantagens da abordagem proposta são a ausência de necessidade de ajuste de parâmetros de acordo com as peculiaridades de cada instância do problema e a possibilidade de aplicação a problemas de grande porte, sem que haja uma explosão do custo computacional. Sendo assim, dentre as principais contribuições deste trabalho destacam-se:

- extensão do método de Angéniol *et al.* (1988), proposto para caixeiro viajante simétrico, para o problema de roteamento de veículos;
- definição de medidas de similaridade multicritério: estratégias de punição e recompensa;
- relaxação adaptativa das restrições;
- extração de características estatísticas do problema.

## 7 Referências Bibliográficas

- Angéniol, B., Vaubois, C. & Le Texier, J., Y., (1988), "Self-organizing feature maps and the travelling salesman problem", *Neural Networks, 1*, 289-293.
- Aras, N., Oommen, B.J. & Altinel, I.K., (1999). The Kohonen Network Incorporating Explicit Statistics and its Application to The Travelling Salesman Problem, *Neural Networks, 12*, 1273-1284.
- Garey, M. R. & Johnson, D., (1979), *Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-completeness*, Freeman.
- Kohonen, T. (1997). *Self-Organizing Maps*, 2nd Edition, Springer Verlag.
- Modares, A., Somhom, S. and Enkawa, T. (1999). A Self-Organizing Neural Network Approach for Multiple Traveling Salesman and Vehicle Routing Problems. *International Transactions in Operational Research, 6*, 591-606.
- Reeves, C. (1993). *Modern Heuristic Techniques for Combinatorial Problems*, Wiley & Sons.
- Somhom, S., Modares, A. and Enkawa, T. (1999). Competition-Based Neural Network for the Multiple Travelling Salesman Problem with MinMax Objective. *Computers & Operations Research, 26*, 295-407.