

UM ALGORITMO PARA CONTROLE SUPERVISÓRIO DE SISTEMAS A EVENTOS DISCRETOS VIA INVARIANTES DE LUGAR

EVANGIVALDO A. LIMA^a E CARLOS E. T. DÓREA

*Universidade Federal da Bahia, Escola Politécnica, Departamento de Engenharia Elétrica
Rua Aristides Novis, 2, 40210-630 Salvador, BA
E-mails: evanlima@ufba.br, cetdorea@ufba.br*

Resumo— Neste trabalho é proposta uma técnica para a síntese de supervisores para sistemas a eventos discretos, modelados por Redes de Petri com transições não-controláveis. Baseado no conceito de invariante de lugar, o supervisor é sintetizado de modo a fazer com que um conjunto de restrições de operação seja obedecido pelo sistema. Devido à presença de transições não-controláveis, pode não ser possível forçar diretamente a obediência a uma dada restrição, que é, neste caso, não-admissível. Propõe-se aqui um método para determinar um conjunto de restrições admissíveis que obedecem à restrição original. Em virtude de obter um número maior de restrições admissíveis, tal método é capaz de derivar controladores muito mais permissivos do que aqueles propostos na literatura. Sua efetividade é ilustrada através de um exemplo.

Abstract— A technique for the synthesis of supervisory control for discrete-event systems, modeled by Petri Nets with uncontrollable transitions is proposed. Based on the concept of place invariants, the supervisor is designed to enforce the respect of a set of operation constraints. Due to the uncontrollable transitions, it may become impossible to directly enforce the respect of a given constraint, which is then said to be inadmissible. It is then proposed a method to determine a set of admissible constraints which do not violate the original constraint. By obtaining a larger number of admissible constraints, the proposed method is able to derive more permissive controllers than those proposed in the literature. Its effectiveness is illustrated by an example.

Key Words— Supervisory control, discrete-event systems, Petri nets, place invariants.

1 Introdução

O controle de Sistemas a Eventos Discretos (SED's) consiste em regulá-los ou supervisioná-los de modo a satisfazer determinadas especificações. Os supervisores de SED's são usados frequentemente para assegurar que o comportamento de um sistema não viole um conjunto de restrições impostas à sua operação.

Nos últimos anos, diversas abordagens para a síntese de supervisores têm sido pesquisadas. Uma das mais completas teorias para solução do problema é a conhecida Teoria do Controle Supervisório, proposta por Ramadge e Wonham (R&W) (Ramadge e Wonham, 1989), que é baseada em linguagens formais e autômatos de estado finito. A abordagem R&W destaca-se pela capacidade de estabelecer condições necessárias e suficientes para a existência de um supervisor minimamente restritivo. Um fator limitante, no entanto, é a explosão de estados com o crescente número de componentes do sistema. Apesar deste problema poder ser reduzido com o uso da abordagem modular (Queiroz e Cury, 2000), a complexidade do controlador resultante pode dificultar sobremaneira sua implementação prática.

Como uma alternativa à complexidade inerente à abordagem R&W, diversos trabalhos têm explorado a simplicidade e o poder gráfico das Redes de Petri. Em (Holloway e Krogh, 1990), uma clas-

se de problemas é solucionada com a introdução das Redes de Petri Controladas, apresentando como resultado leis de controle que são funções da marcação atual da rede e precisam ser calculadas a cada passo. Em (Li e Wonham, 1993,1994), utiliza-se o conceito de SED's vetoriais para se explicitar o controlador ótimo em alguns casos. supervisórios gerados a partir de modelos de Redes de Petri são ainda apresentados em (Yamalidou *et al.*, 1995), onde um conjunto de restrições no espaço de estado é representado sob a forma de desigualdades lineares. O controlador que força tal restrição também é uma Rede de Petri e é obtido transformando o conjunto de restrições em invariantes de lugar do sistema controlado.

A dificuldade maior do controle supervisório usando invariantes de lugar ocorre quando da existência de transições não-controláveis. Neste caso, pode não ser possível forçar diretamente a obediência a uma dada restrição, que é, neste caso, não-admissível. Em (Moody e Antsaklis, 1998) é proposta uma técnica para transformar restrições não-admissíveis em admissíveis. Entretanto, tal técnica apresenta duas desvantagens de peso: pode, em alguns casos, não ser capaz de fornecer um controlador; os controladores obtidos podem revelar-se pouco permissivos, no sentido de desabilitar desnecessariamente algumas transições.

Neste trabalho é apresentado um algoritmo, também baseado em invariantes de lugar, que procura superar estas deficiências. A partir do cálculo do espaço nulo não-negativo de uma dada matriz, tal algoritmo é capaz de gerar uma maior quan-

^aUniversidade do Estado da Bahia, Departamento de Ciências Exatas.
Av. Silveira Martins, S/N, 41100-000 Salvador, BA.

tidade de restrições admissíveis, o que implica a obtenção de controladores em casos em que o algoritmo de (Moody e Antsaklis, 1998) falha, além de uma maior permissividade do supervisor obtido. A eficiência do método proposto é comprovada através de um exemplo ilustrativo.

2 Controle Supervisório Baseado em Invariantes de Lugar

Nesta abordagem, os processos discretos são modelados como Redes de Petri contendo n lugares e m transições. Caso a rede não possua nenhuma malha elementar (*self-loop*), pode então ser representada por:

$$\begin{aligned}\mu_p(k+1) &= \mu_p(k) + D_p q(k), \\ \mu_p(0) &= \mu_{p_0}.\end{aligned}\quad (1)$$

sendo $D_p \in Z^{n \times m}$ a matriz de incidência, $\mu_p \in Z^n$, com $\mu_p \geq 0$, o vetor de marcações e $q \in Z^m$, com $q \geq 0$, o vetor de disparo de transições.

O objetivo de controle é forçar a planta a obedecer restrições lineares do tipo:

$$L\mu_p \leq b, \quad (2)$$

com $L \in Z^{n_c \times n}$ e $b \in Z^{n_c}$. Esta desigualdade pode ser transformada em igualdade através do acréscimo da variável $\mu_c \geq 0$, com $\mu_c \in Z^{n_c}$:

$$L\mu_p + \mu_c = b, \quad (3)$$

O controlador é também uma rede de Petri com n_c lugares ligados às transições. O sistema controlado será então uma rede de Petri composta da planta original, adicionada do controlador, formando um sistema em malha fechada cujos matriz de incidência $D \in Z^{(n+n_c) \times m}$ e vetor marcação $\mu \in Z^{n+n_c}$ são dados por: $D = \begin{bmatrix} D_p \\ D_c \end{bmatrix}$, $\mu = \begin{bmatrix} \mu_p \\ \mu_c \end{bmatrix}$.

Como a restrição (3) deve ser satisfeita para qualquer ocorrência de evento k , então (3) define um *invariante de lugar*, que é caracterizado por (Murata, 1989; Yamalidou *et al.*, 1995; Moody e Antsaklis, 1998): $[L \ I] \begin{bmatrix} D_p \\ D_c \end{bmatrix} = 0$.

O controlador e sua marcação inicial são então obtidos por:

$$\begin{aligned}D_c &= -LD_p \\ \mu_{c_0} &= b - L\mu_{p_0}\end{aligned}\quad (4)$$

A matriz D_c indica os arcos que conectam os lugares do controlador às transições da rede e μ_{c_0} é a marcação inicial desses lugares.

O supervisor descrito acima não impede *a priori* que seja atingido um estado de bloqueio. Entretanto, como mostrado em (Moody e Antsaklis, 1998), diversas situações de prevenção de bloqueio podem ser postas sob a forma de restrições lineares do tipo (2) e, conseqüentemente, ser resolvidas através de supervisores do tipo (4).

Caso todas as transições da rede sejam controláveis e observáveis, o controlador obtido através de (4) apenas age para desabilitar transições quando o disparo desta levar a rede a um estado que contrarie a restrição (2). Tal controlador é portanto, neste caso, maximamente permissivo (Moody e Antsaklis, 1998).

3 Transformação de Restrições

Há situações em que determinadas transições da rede não podem ser inibidas pela ação do controlador, sendo assim denominadas *transições não-controláveis*. Tais transições correspondem a eventos tais como: falha de sensor, processo irreversível, eventos externos à planta, etc.

Para que uma restrição $l^T \mu_p \leq b$, com $l \in Z^n$, seja admissível é preciso que:

- a marcação inicial da planta satisfaça a restrição;
- exista um controlador maximamente permissivo que force a restrição e não desabilite transições não-controláveis.

Dada uma planta com transições não-controláveis, tendo em vista a equação (4), a segunda condição pode ser reescrita da seguinte forma (Moody e Antsaklis, 1998):

$$l^T D_{uc} \leq 0, \quad (5)$$

sendo D_{uc} a matriz formada pelas colunas da matriz de incidência D_p associadas a transições não-controláveis. Esta condição assegura que não haverá arcos de lugares do controlador para transições não-controláveis da planta.

Caso uma restrição não seja admissível, é ainda possível controlar o sistema, determinando-se outra restrição, esta admissível, que para toda marcação alcançável da rede satisfaça a restrição original.

Em (Moody e Antsaklis, 1998) são propostas restrições na forma:

$$L_n \mu_p \leq b_n,$$

$$\text{com } \begin{cases} L_n = R_1 + R_2 L \\ b_n = R_2(b + 1) - 1 \end{cases} \quad (6)$$

em que: $R_1 \in Z^{n_c \times n}$, $R_1 \mu_p \geq 0$ para todo $\mu_p \geq 0$; $R_2 \in Z^{n_c \times n_c}$ é uma matriz diagonal definida positiva; $\mathbf{1}$ é um vetor de 1's com dimensão n_c .

É também mostrado em (Moody e Antsaklis, 1998) que qualquer controlador que força (6) forçará também (2). É assim proposto um algoritmo para a obtenção de uma nova restrição, baseado em operações elementares sobre as linhas de uma determinada matriz. Tal algoritmo pode no entanto falhar, não sendo capaz, muitas vezes, de fornecer um controlador admissível.

Além disso, o controlador obtido através desta abordagem não é geralmente maximamente permissivo. Para aumentar a permissividade do controlador, propõe-se em (Moody e Antsaklis, 1998)

transformar cada restrição em uma disjunção linear das restrições admissíveis associadas. Ou seja, dada uma restrição e obtido um conjunto de restrições admissíveis que a respeitam, procura-se forçar que pelo menos uma das restrições deste conjunto seja obedecida o tempo todo, ao invés de todas ao mesmo tempo. É mostrado em (Li e Wonham, 1993,1994) que se a porção não-controlada da planta apresenta uma determinada estrutura, então esta estratégia gera um controlador maximamente permissivo.

Uma disjunção linear é representada por:

$$\bigvee_{i=1}^{n_c} l_i^T \mu_p \leq b_i. \quad (7)$$

O critério que rege a marcação e o disparo de transições é então mudado para:

$$\max(\mu_{ci} + D_{ci}q) \geq 0, \text{ para } i \in 1, \dots, n_c. \quad (8)$$

Desse modo, apenas um dos lugares do controlador necessita ter sua marcação maior ou igual a zero durante todo o tempo (acordando assim com os critérios das redes de Petri). Os demais lugares do controlador podem assumir marcação negativa e disparos de transições podem não ser inibidos por lugares do controlador.

Com a introdução da nova restrição, definida por (6), a desigualdade (5) torna-se:

$$(R_1 + R_2 l)^T D_{uc} \leq 0.$$

Transformando a desigualdade acima em uma igualdade através do acréscimo de uma variável não-negativa Δ , tem-se: $(R_1 + R_2 l)^T D_{uc} + \Delta = 0$

e, na forma matricial: $[R_1^T \ R_2 \ \Delta] \begin{bmatrix} D_{uc} \\ l^T D_{uc} \\ I \end{bmatrix} = 0.$

Em (Moody e Antsaklis, 1998), um algoritmo é proposto para a determinação de um conjunto de restrições admissíveis que satisfaçam uma dada restrição não-admissível. Este algoritmo baseia-se no cálculo do espaço nulo à esquerda da matriz $\begin{bmatrix} D_{uc} \\ l^T D_{uc} \\ I \end{bmatrix}$. A partir da matriz formada pelos vetores que definem o espaço nulo, são então realizadas operações elementares nas suas linhas, chegando-se ao final (quando o algoritmo não falha) a um conjunto de restrições admissíveis que obedecem à restrição original. O controlador final é então calculado pela disjunção das restrições correspondentes às linhas desta matriz transformada.

O algoritmo proposto em (Moody e Antsaklis, 1998) para se chegar ao conjunto de restrições a serem transformadas em uma disjunção pode resultar em um número bastante reduzido de novas restrições, o que vai restringir a permissividade do controlador obtido, podendo-se até chegar a uma matriz nula, o que inviabilizaria o cálculo do supervisor.

4 Método Proposto

4.1 Espaço nulo não-negativo

Definamos a matriz $A = \begin{bmatrix} D_{uc} \\ l^T D_{uc} \\ I \end{bmatrix}$, com $A \in \mathfrak{R}^{(n+1+n_{uc}) \times n_{uc}}$ e o seguinte conjunto, que representa o núcleo (espaço nulo) não negativo à esquerda da matriz A :

$$\Gamma = \{w \in \mathfrak{R}^{n_{uc}} \mid w \geq 0; \ w^T A = \mathbf{0}\}.$$

O conjunto Γ é um cone poliédrico (Schrijver, 1987), que pode ser completamente caracterizado por um conjunto de *geradores*. Um conjunto de vetores $\{m_1, m_2, \dots, m_{ng}\}$ é um *conjunto gerador* de uma cone poliédrico Γ se, $\forall w \in \Gamma$, existem $\xi_i \geq 0$ tais que $w = \sum_{i=1}^{ng} \xi_i m_i$. O conjunto de geradores será mínimo se for formado pelo menor número possível de geradores.

Há diversos métodos para o cálculo do conjunto mínimo de geradores. Neste caso particular, tratando-se de matrizes com elementos inteiros, o método de eliminação de Fourier-Motzkin (Schrijver, 1987) mostra-se adequado. Apesar de não ser concebido para este fim, pode ser facilmente adaptado ao cálculo de uma matriz $M \geq 0$ tal que $MA = \mathbf{0}$ (Dórea e Hennet, 1999).

Seja então A^1 a primeira coluna da matriz A e definam-se os conjuntos: $I^0 = \{i \mid A_i^1 = 0\}$, $I^+ = \{i \mid A_i^1 > 0\}$ e $I^- = \{i \mid A_i^1 < 0\}$, em que A_i^1 representa o i -ésimo elemento de A^1 .

Deseja-se encontrar uma matriz M_1 tal que $M_1 A^1 = \mathbf{0}$, sendo todos os elementos M_{ij}^1 de M^1 tais que $M_{ij}^1 \geq 0$.

Para todo índice $j \in I^0$, inclui-se na matriz M_1 uma linha m^T tal que: $\begin{cases} m_i = 1 & \text{para } i = j \\ m_i = 0 & \text{para } i \neq j \end{cases}$.

Para todo índice $j \in I^+$, varrem-se todos os índices $k \in I^-$ e, para cada valor de k , inclui-se na matriz M_1 uma linha m^T

tal que: $\begin{cases} m_j = A_k^1 \\ m_k = A_j^1 \\ m_i = 0 & \text{para } i \neq j \text{ e } i \neq k \end{cases}$. Sendo

$A = [A^1 \ A^2 \ \dots \ A^{n_{uc}}]$, constata-se facilmente que: $M_1 A = [0 \ M_1 A^2 \ \dots \ M_1 A^{n_{uc}}]$.

O algoritmo prossegue executando-se o procedimento acima sobre a matriz $M_1 A^2$, obtendo-se então a matriz não-negativa M_2 tal que $M_2 (M_1 A^2) = 0$, e assim por diante. Após n_{uc} passos, obtém-se $M = M_1 M_2 \dots M_{n_{uc}}$ tal que $MA = 0$.

Ao final do procedimento, podem resultar linhas redundantes em M . Tais linhas podem ser eliminadas a partir da propriedade da Programação Linear que estabelece que qualquer solução básica $w^T \geq 0$ da equação $w^T A = 0$ possui no máximo $n_{uc} + 1$ componentes não-nulas (Schrijver, 1987).

Ao se calcular deste modo a matriz M , apenas valores não-negativos de R_1 , R_2 e Δ são obtidos e mais nenhuma operação nas linhas de M é necessária.

4.2 Disjunção de Restrições

O objetivo aqui é obter o maior número possível de restrições admissíveis tais que uma dada desigualdade $l^T \mu_p \leq b$ seja respeitada. Desse modo, forçando a disjunção destas restrições será possível obter um controlador com uma maior permissividade.

Matrizes R_1 e R_2 admissíveis são diretamente tiradas das linhas da matriz M obtida a partir do cálculo do espaço nulo não-negativo da matriz A .

Um caso particular ocorre quando uma linha de M contém valores independentes para R_1 , ou seja, quando o elemento correspondente a R_2 é nulo e a parte correspondente a R_1 contém apenas um elemento diferente de 0. Isto representa lugares que seriam adicionados ao controlador, mas que não dependem da restrição original $l^T \mu_c \leq b$, sendo portanto desnecessários. Neste caso, uma outra transformação da restrição pode ser obtida adicionando-se esta linha a outra linha de M contendo elementos não nulos em diferentes posições de R_1 . Note-se que neste caso não se obteria uma restrição redundante, já que um gerador do conjunto mínimo seria substituído por outro obtido a partir dele mesmo.

Comparado ao algoritmo proposto em (Moody e Antsaklis, 1998) para forçar a disjunção de um conjunto de restrições, o método proposto simplifica bastante a obtenção de controladores, já que, agora, qualquer controlador admissível deve resultar de uma combinação não-negativa das linhas da matriz M . Desse modo, qualquer outro vetor $w \geq 0$ que satisfaça $wA = 0$ é obrigatoriamente uma combinação linear das linhas da matriz M , o que resulta em uma restrição redundante.

O controlador final é então obtido como a disjunção de todas as restrições admissíveis obtidas a partir da matriz M final.

4.3 Transformação das Restrições

Objetiva-se aqui transformar o conjunto original de restrições, supostas não-admissíveis, $L\mu_p \leq b$, em um novo conjunto, $L_n\mu_p \leq b_n$, admissível e tal que as restrições originais sejam respeitadas para qualquer μ_p tal que $L_n\mu_p \leq b_n$.

Com a matriz M obtida a partir do cálculo do espaço nulo não negativo da matriz A , podem-se obter diretamente as novas restrições, bastando para isto calcular, através do método descrito na seção anterior, a matriz M_i correspondente a cada restrição $l_i^T \mu_p \leq b_i$. Um conjunto de restrições admissíveis $L_n\mu_c \leq b_n$ pode então ser ob-

tido escolhendo-se uma linha (ou uma combinação de linhas) de cada matriz M_i

Em relação ao algoritmo proposto em (Moody e Antsaklis, 1998), o método acima apresenta as seguintes vantagens:

- Oferece uma maior opção na escolha das restrições transformadas;
- É capaz de caracterizar todas as possibilidades para as matrizes R_1 e R_2 procuradas, o que garante que se encontre sempre um controlador, caso o mesmo possa ser obtido através de R_1 e R_2 . Ao contrário do método proposto em (Moody e Antsaklis, 1998), que pode não obter nenhum controlador em alguns casos.

5 Exemplo Ilustrativo

O modelo de uma célula de manufatura automatizada é utilizado para ilustrar a aplicação dos algoritmos apresentados. A célula consiste de uma máquina de usinagem, uma unidade de inspeção, dois robôs e *buffers* para armazenamento intermediário. As peças usinadas são inspecionadas e, caso sejam aprovadas, saem da célula. Caso contrário, retornam à máquina de usinagem para retrabalho. Deseja-se projetar um supervisor que evite o *overflow* dos *buffers* B1, B2 e B3. As capacidades dos *buffers* são 3, 1 e 1, respectivamente. A figura 1 ilustra a referida célula.

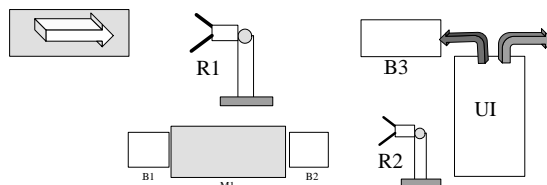


Figura 1. Célula de Manufatura

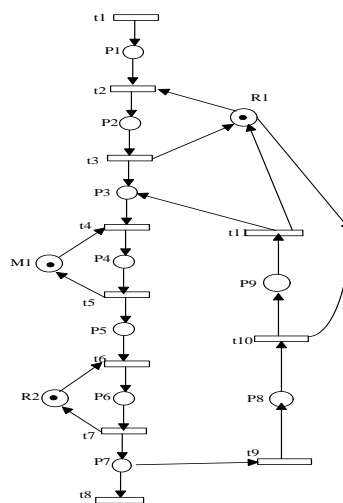


Figura 2. Rede de Petri para a Planta

A figura 2 apresenta o modelo de rede de Petri da célula não controlada, na qual pode-se observar que, devido à alimentação automática de peças,

pode ocorrer *overflow*, já que não há controle que o impeça.

As tabelas 1 e 2 apresentam o significado de cada lugar e cada transição da rede. As transições t1, t3, t5, t7, t8, t9 e t11 são não-controláveis.

P1	peça disponível
P2, P6 e P9	transporte das peças
P3, P5, P8	peças nos <i>buffers</i> B1, B2 e B3
P4	peça sendo usinada
P7	peça sendo inspecionada
R_1, R_2	robôs disponíveis
M1	máquina disponível

Tabela 1. Lugares da Rede de Petri.

t1	chegada de peças
t2, t10 e t6	comando p/ pegar peças
t3, t7, t9 e t11	descarregamento de peças nos <i>buffers</i>
t4	início de operação de M1
t5	fim de operação de M1
t8	saída de peças prontas

Tabela 2. Transições da Rede de Petri.

As especificações $L\mu_p \leq b$ são dadas por:

$$L = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Através de (4) chega-se à matriz de incidência do controlador e sua marcação inicial, dados por:

$$D_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \mu_{co} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

Os elementos negativos da matriz de incidência do controlador representam ações do controlador sobre a planta, ou seja, a inibição das transições da planta ligadas a lugares do controlador, em função de sua marcação. O controlador resultante age sobre as transições t3, t5, t9 e t11 quando o disparo de uma destas transições levar a uma marcação que contrarie (2). Acontece porém que estas transições não são controláveis, não admitindo, portanto, ações por parte do controlador. A partir de (6) pode-se chegar a um novo conjunto de restrições que permitem através de (4) calcular o novo controlador.

A partir dos conjuntos de restrições admissíveis, correspondentes a cada restrição original, obtidos a partir do algoritmo proposto em (Moody e Antsaklis, 1998), chega-se aos seguintes controladores:

$$D_{cB1} = [0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -1 \ 0] \quad \mu_{co} = [3],$$

$$D_{cB2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad \mu_{co} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

$$D_{cB3} = [0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ -1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0] \quad \mu_{co} = [1].$$

Note-se que, este algoritmo forneceu apenas uma restrição admissível para as especificações sobre os *buffers* B1 e B3. Como será mostrado a seguir, esta solução é muito pouco permissiva.

Agora, aplicando-se o algoritmo proposto, chega-se a um novo conjunto de restrições aceitáveis pela planta para cada uma das restrições originais. Calculando o controlador que força a disjunção de tais restrições chega-se às seguintes possibilidades para os *buffers* B1, B2 e B3

$$D_{cB1} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \end{bmatrix} \quad \mu_{co} = \begin{bmatrix} 3 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}.$$

$$D_{cB2} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mu_{co} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

$$D_{cB3} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 1 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & -1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \mu_{co} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

Os controladores correspondentes a cada linha das matrizes D_{cB1} , D_{cB2} e D_{cB3} devem então ser implementados segundo o esquema de disjunção de restrições descrito anteriormente. Ou seja, a cada restrição original corresponde um controlador, definido pelas linhas de D_{cB_i} , que força a disjunção das restrições admissíveis definidas pelas linhas da matriz M_i .

Comparando os resultados obtidos através do algoritmo aqui proposto com os resultados obtidos através do algoritmo em (Moody e Antsaklis, 1998), observa-se que o algoritmo proposto gera controladores compostos de um maior número de lugares, o que os torna menos restritivos. Em particular, foram obtidos 7 lugares para cada um dos controladores D_{cB1} e D_{cB3} , que controlam as capacidades dos *buffers* B1 e B3. Isto claramente os torna muito mais permissivos, já que, neste caso, o algoritmo de (Moody e Antsaklis, 1998) gerou controladores com uma única linha (um só lugar). Note-se que estes lugares estão inseridos nas matrizes D_{cB1} e D_{cB3} obtidas através do algoritmo proposto.

Na figura 3 é ilustrada a ação do controlador D_{cB1} na planta. A marcação do lugar $P3$, que representa a quantidade de peças na *buffer* $B1$, é supervisionada pelo controlador D_{cB1} . Na ocorrência do disparo de uma transição a ele ligada, pelo menos um dos seus lugares, obedecendo às regras das Redes de Petri ordinárias, irá regular tal marcação, podendo os demais lugares assumir marcação negativa.

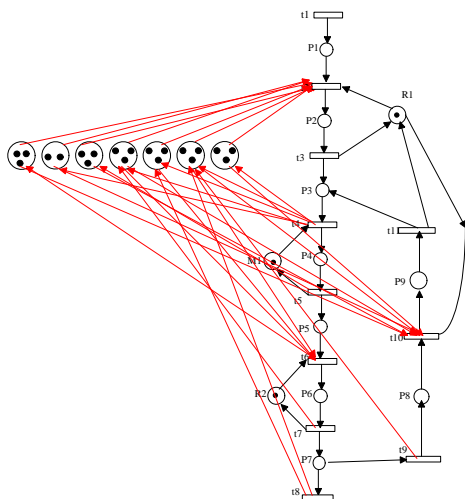


Figura 3. Planta com o Controlador para o *buffer* 1 (1ª restrição).

O número excessivo de lugares do controlador, obtido forçando-se a disjunção de restrições, pode torná-lo de difícil implementação prática no caso de uma quantidade elevada de restrições. Uma alternativa para não se perderem os poderes visual e analítico das Redes de Petri é escolher apenas uma restrição do conjunto associado a cada especificação, como descrito na seção 4.3. Esta solução resultaria entretanto em um controlador mais restritivo.

Note-se que a planta deste exemplo apresenta uma estrutura de conflito: o lugar $P7$ pode habilitar simultaneamente as transições $t8$ e $t9$. Verifica-se, em vários exemplos que, na ocorrência de conflitos, o algoritmo de (Moody e Antsaklis, 1998) gera poucas restrições admissíveis, podendo até não gerar nenhuma. Esta dificuldade não se apresenta no algoritmo aqui proposto.

6 Conclusões

O projeto de supervisores modelados por Redes de Petri, baseados em invariantes de lugar, apresenta-se como uma alternativa simples e elegante que facilita a análise e implementação de controladores que forcem sistemas a eventos discretos a obedecerem a determinadas restrições de funcionamento. As dificuldades desta técnica aparecem quando da presença na rede de transições não controláveis. Neste caso, na maioria das vezes é necessário obter restrições que sejam ad-

missíveis, no sentido de não tentarem desabilitar transições não-controláveis, e que obedecem às restrições originais.

Neste trabalho foi proposto um algoritmo para calcular um conjunto de restrições admissíveis mais amplo do que aquele encontrado na literatura. Este algoritmo mostrou-se muito mais eficiente no cálculo deste conjunto, o que implica na possibilidade de obtenção de controladores muito menos restritivos. Esta eficiência pôde ser constatada através de um exemplo ilustrativo. O método proposto amplia assim as possibilidades de uso das técnicas de Rede de Petri na síntese de supervisores para sistemas a eventos discretos.

Apesar de não ter sido levantada neste trabalho, a presença no SED de transições não-observáveis pode ser facilmente tratada através da técnica proposta. O estudo deste caso será objeto de trabalhos futuros.

Referências Bibliográficas

- Dórea, C.E.T. e Hennes, J.-C. (1999) (A, B) -invariant Polyhedral Sets of Linear Discrete-time Systems. *J. Optimiz. Theory and Applications*, Vol. 103(3), pp. 521-542.
- Holloway, L.E. e Krogh, B.H. Synthesis of Feedback Control Logic for a Class of Controlled Petri Nets. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol. 35(5), pp. 514-523.
- Li, Y. e Wonham, W.M. (1993,1994) Control of Vector Discrete Event Systems. *IEEE Trans. Automat. Contr.* Part I - The Base Model. Vol. 38(8), pp. 1214-1227, 1993. Part II - Controller Synthesis. Vol. 39(3), pp. 512-531, 1994.
- Moody, J.O. e Antsaklis, P.J. (1998) *Supervisory Control of Discrete Event Systems Using Petri Nets*. Kluwer Academic Publ., Boston.
- Murata, T. (1989) Petri Nets: Properties, analysis and applications. *Proceedings of the IEEE*, Vol. 77(4), pp. 541-580.
- Queiroz, M.H. e Cury, J.E.R. (2000) Controle Modular de Sistemas de Manufatura Discretos. *Anais do XIII Congresso Brasileiro de Automática*. Florianópolis, SC, Brasil.
- Ramadge, P.J.G. e Wonham, W.M. (1988) The Control of Discrete Event Systems. *Proceedings of the IEEE*, Vol. 77(1), pp. 13-30.
- Schrijver, A. (1987). *Theory of Linear and Integer Programming*. John Wiley & Sons, Chichester.
- Yamalidou, K., Moody, J., Lemmon, M. e Antsaklis, P.J. (1995) Feedback Control of Petri Nets Based on Place Invariants. *Automatica*, Vol. 32(1), pp. 15-28.