

# CONTROLE EM MALHA FECHADA DE ROBÔS MÓVEIS UTILIZANDO REDES NEURAIS E TRANSFORMAÇÃO DESCONTÍNUA

VINÍCIUS M. DE OLIVEIRA E EDSON R. DE PIERI

*Universidade Federal de Santa Catarina  
Florianópolis, SC 88040-900 BRASIL*

WALTER F. LAGES

*Universidade Federal do Rio Grande do Sul  
Porto Alegre, RS 90035-190 BRASIL*

**Resumo**— Uma grande quantidade de artigos encontrados na literatura que tratam do controle de robôs móveis considera apenas o modelo cinemático do robô. Uma vez que é a cinemática, e não a dinâmica, que introduz a não-holonomicidade no sistema, tal abordagem apresenta, como resultado, um modelo simples, mas que preserva as características mais importantes do sistema. Entretanto, para robôs com tamanho considerável ou que se movam com grandes velocidades, a dinâmica do robô passa a ter uma maior influência, não podendo ser desconsiderada. Este artigo apresenta um controlador para um robô móvel não-holonômico, cujo modelo pode ser encarado como um modelo da dinâmica em cascata com o modelo da cinemática. Com base nesta característica, o controlador apresentado utiliza na malha de controle da cinemática uma transformação descontínua e na malha de controle da dinâmica faz uso de uma rede neural com aprendizado *online*. Apresenta-se também prova da estabilidade do sistema em malha fechada.

**Abstract**— A large number of papers found in the literature about the control of mobile robots uses only the kinematics of such systems. It is due to the fact that only the kinematics introduces the nonholonomicity in the system. Also, this approach results in a less complex model that retains the interesting features of the system. Although it is possible to use it when dealing with small robots, if a larger robot or a robot with high velocities is considered, the dynamics cannot be omitted and this simple approach leads to inaccurated modelling. This work focuses on the control of a nonholonomic mobile robot with a differential drive. The modelling of such system can be divided in the kinematics model and the dynamics model. Based on this feature, the proposed controller uses a discontinuous transform in the kinematics control loop and an online neural network in the dynamics control loop. The closed loop stability of the system is also proved.

**Key Words**— nonholonomic mobile robot, nonlinear control, neural network

## 1 Introdução

Atualmente um grande número de artigos que abordam o controle cinemático de sistemas não-holonômicos pode ser encontrado nos principais periódicos técnicos nacionais e internacionais. Isso talvez aconteça devido ao fato de que é a cinemática destes sistemas que introduzem a não-holonomicidade; além disso, a modelagem da cinemática é mais fácil de ser realizada do que a modelagem do modelo cinemático.

Tal abordagem mostra-se interessante pelo fato dos parâmetros envolvidos no modelo cinemático (características geométricas) serem de fácil obtenção, o que já não ocorre com os parâmetros envolvidos no modelo dinâmico, como por exemplo massa, momentos de inércia (Astolfi, 1994; Murray e Sastry, 1993; M'Closkey e Murray, 1997). A consideração apenas do modelo cinemático, geralmente, não acarreta muitos problemas pois, na maioria das vezes, se utiliza robôs de pequenas dimensões. Já quando se pretende controlar robôs de dimensões maiores, faz-se necessário considerar a dinâmica na malha de controle, uma vez que os efeitos devidos à dinâmica influenciam de modo significativo no

comportamento do sistema. Poucos são os artigos que abordam o controle de robôs móveis considerando o modelo completo, isto é, cinemática e dinâmica consideradas no modelo (Kolmanovsky et al., 1994; Yamamoto e Yun, 1994; Campion et al., 1996; Fierro e Lewis, 1998).

Esse artigo apresenta um controlador para robôs móveis não-holonômicos que consiste em uma malha interna de controle para dinâmica e uma malha externa de controle para a cinemática do modelo. A malha de controle da cinemática é constituída por um controlador com transformação descontínua de coordenadas (Astolfi, 1994; Lages e Hemerly, 1998) seguido de uma realimentação não-linear suave para tratar a não-holonomicidade do sistema. A malha de controle para a dinâmica apresenta uma rede neural artificial com aprendizado *online*, que tem como objetivo modelar a incerteza associada aos parâmetros da dinâmica.

## 2 Modelagem do Robô

Considere um robô móvel (figura 1) com espaço de configuração  $n$ -dimensional  $\mathcal{C}$ , com coordena-

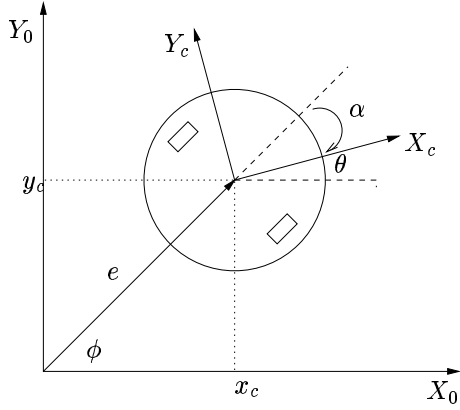


Figura 1. Configuração do robô móvel utilizado.

das generalizadas  $\vec{q} = [q_1 \cdots q_n]^T$  e com  $m$  restrições, as quais são descritas a seguir, de acordo com (Fierro e Lewis, 1998), (Yamamoto e Yun, 1994):

$$\mathbf{M}(q)\ddot{q} + \mathbf{V}_m\dot{q} + F(q) + \tau_d = \mathbf{B}(q)\tau - \mathbf{A}^T\lambda \quad (1)$$

onde  $\mathbf{M}(q) \in \mathcal{R}^{n \times n}$  é a matriz de inércia (simétrica e positiva definida),  $\mathbf{V}_m(q, \dot{q}) \in \mathcal{R}^{n \times n}$  é a matriz com os termos centrípetos e de Coriolis,  $F(q) \in \mathcal{R}^{n \times 1}$  é o termo de atrito,  $\tau_d$  denota perturbações limitadas desconhecidas, incluindo dinâmicas não-modeladas. A matriz  $\mathbf{B}(q) \in \mathcal{R}^{n \times r}$  é a matriz de transformação de entrada,  $\tau \in \mathcal{R}^{r \times 1}$  é o vetor de entrada (torques),  $\mathbf{A}(q) \in \mathcal{R}^{m \times n}$  é uma matriz que está relacionada com as restrições do sistema e  $\lambda \in \mathcal{R}^{m \times 1}$  é o vetor de forças restritivas.

Destacando-se a independência temporal das restrições cinemáticas, pode se escrever:

$$\mathbf{A}(q)\dot{q} = 0 \quad (2)$$

Seja  $\mathbf{S}(q)$  uma matriz de posto completo  $(n - m)$  que pertence ao espaço nulo de  $\mathbf{A}^T(q)$ , de tal modo que:

$$\mathbf{S}^T(q)\mathbf{A}^T(q) = 0 \quad (3)$$

Tendo por base (2) e (3) é possível encontrar uma função vetorial variante no tempo  $\vec{v}(t) \in \mathcal{R}^{n-m}$ , para todo  $t$ :

$$\dot{q} = \mathbf{S}(q)v(t) \quad (4)$$

O sistema (1) será apresentado sob uma forma diferente, mais adequada do ponto de vista de controle. Diferenciando (4) e substituindo o resultado em (1), daí pré-multiplicando por  $\mathbf{S}^T(q)$  e fazendo uso de (2) e (3) é possível eliminar a matriz de restrições  $\mathbf{A}^T(q)\lambda$ , resultando em:

$$\mathbf{S}^T\mathbf{M}\mathbf{S}\dot{v} + \mathbf{S}^T(\mathbf{M}\dot{\mathbf{S}} + \mathbf{V}_m\mathbf{S})v + \mathbf{S}^T F + \mathbf{S}^T\tau_d = \mathbf{S}^T\mathbf{B}\tau \quad (5)$$

A expressão acima pode ser reescrita como segue:

$$\overline{\mathbf{M}}\dot{v} + \overline{\mathbf{V}}_m v + \overline{F} + \overline{\tau}_d = \overline{\tau} \quad (6)$$

onde  $\overline{\mathbf{M}}(q) \in \mathcal{R}^{r \times r}$  é a matriz de inércia (simétrica e positiva definida),  $\overline{\mathbf{V}}_m(q, \dot{q}) \in \mathcal{R}^{r \times r}$  é a matriz dos termos centrípetos e de Coriolis,  $\overline{F}(v) \in \mathcal{R}^{r \times 1}$  é o termo de atrito,  $\overline{\tau}_d$  representa perturbações limitadas desconhecidas, incluindo dinâmicas não-modeladas.  $\overline{\tau}$  é o vetor de torques de entrada ( $\overline{\mathbf{B}}$  é uma matriz constante não singular que depende de parâmetros geométricos do robô). A matriz  $\overline{\mathbf{M}}$  e a norma de  $\overline{\mathbf{V}}_m$  são limitados e a matriz  $\overline{\mathbf{M}} - 2\overline{\mathbf{V}}_m$  é anti-simétrica, característica que será de grande importância para a prova de estabilidade do sistema.

### 3 Estrutura de Controle

A estrutura de controle proposta neste artigo é apresentada na figura 2. Observa-se que não é necessário nenhum conhecimento prévio a respeito da dinâmica do robô (6), uma vez que o papel da rede neural na estrutura de controle é exatamente o de adquirir tal conhecimento de forma *online*, isto é, sem a fase de treinamento prévio da rede neural.

Como já mencionado, apresentar-se-á mais detalhadamente as malhas de controle para a cinemática e para a dinâmica do sistema não-holonômico em questão.

#### 3.1 Malha de Controle da Cinemática

Nesta seção é introduzida uma transformação descontínua de coordenadas. Considere o robô móvel indicado na figura 1 e, com base em 4, a cinemática deste sistema é descrita por:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_c \\ \dot{y}_c \\ \dot{\theta}_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\theta) & 0 \\ \sin(\theta) & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (7)$$

onde  $v$  é a velocidade linear e  $\omega$  é a velocidade angular do robô. Assim, aplicando a transformação ao modelo 7 resulta:

$$e = \sqrt{x_c^2 + y_c^2} \quad (8)$$

$$\phi = \text{atan2}(y_c, x_c) \quad (9)$$

$$X_c = e \cos(\phi) \quad (10)$$

$$Y_c = e \sin(\phi) \quad (11)$$

Derivando em relação ao tempo as expressões 8 e 9, e lançando mão das expressões 10 e 11, obtém-se:

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\phi} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & \sin(\phi) \\ -\frac{\sin(\phi)}{e} & \frac{\cos(\phi)}{e} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (12)$$

Seja  $\alpha \triangleq \theta - \phi$ . Derivando  $\alpha$  e utilizando as equações 7 e 12, tem-se a possibilidade de se expressar a cinemática do sistema em coordenadas polares, resultando em:

$$\begin{bmatrix} \dot{e} \\ \dot{\phi} \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\phi) & 0 \\ \frac{\sin(\phi)}{e} & 0 \\ -\frac{\sin(\phi)}{e} & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} v \\ \omega \end{bmatrix} \quad (13)$$

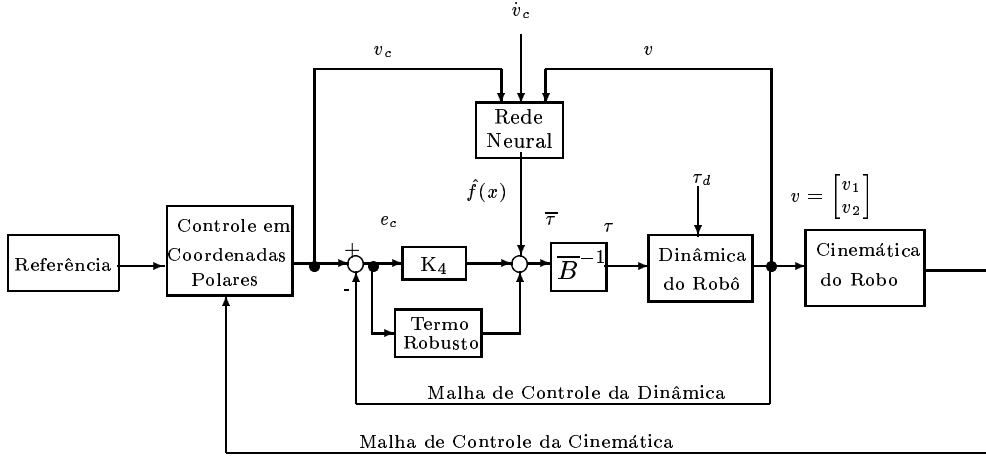


Figura 2. Diagrama de blocos do controlador.

Considere  $V_1$  como uma função candidata a função de Lyapunov, sendo dada por:

$$V_1(e, \phi, \alpha) = \frac{1}{2}(e^2 + \alpha^2 + h\phi^2) \quad (14)$$

onde  $h$  é uma constante positiva.

Realizando a primeira derivada em relação ao tempo de 14, define-se as velocidades de controle como sendo:

$$\begin{bmatrix} \dot{v} \\ \dot{w} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\gamma_1 e \cos(\phi) \\ -\gamma_2 \alpha - \gamma_1 \cos(\alpha) \frac{\sin(\alpha)}{\alpha} (\alpha - h\phi) \end{bmatrix} \quad (15)$$

resultando em:

$$\dot{V}_1 = -\gamma_1 e^2 \cos(\alpha)^2 - \gamma_2 \alpha^2 \leq 0 \quad (16)$$

Da equação 16 e do fato de que a função  $V_1$  é contínua e não-negativa, o sistema em malha fechada é estável. Deste modo, como  $V_1$  é uniformemente contínua e limitada, tem-se pelo lema de Barbalat que  $e$  e  $\alpha$  convergem a zero. Com isto, a convergência de  $\phi$  a zero pode ser provada considerando-se as equações do sistema em malha fechada:

$$\begin{aligned} \dot{e} &= -\gamma_1 e \cos(\alpha)^2 \\ \dot{\phi} &= -\gamma_1 \sin(\alpha) \cos(\alpha) \\ \dot{\alpha} &= -\gamma_2 \alpha + \gamma_1 h \phi \cos(\alpha) \frac{\sin(\alpha)}{\alpha} \end{aligned} \quad (17)$$

Como  $\alpha$  converge a zero, do sistema 17 é possível observar que  $\dot{\alpha}$  converge a algum valor constante dado por  $\gamma_1 h \phi^*$ . Entretanto, a continuidade uniforme de  $\dot{\alpha}$ , juntamente com a convergência a zero de  $\alpha$ , garante-se, pelo lema de Barbalat, que  $\dot{\alpha}$  converge a zero, forçando  $\phi^*$  ser zero.

### 3.2 Rede Neural

Neste artigo utilizou-se uma rede neural artificial multi-camada com atualização *online* dos pesos. Essa rede neural possui 6 neurônios na camada

de entrada, 8 neurônios na camada intermediária (camada escondida) e 2 neurônios na camada de saída.

Como função de ativação escolheu-se a função de ativação sigmoide, por ser simples e amplamente utilizada na literatura, a saber:

$$\sigma(a) = \frac{1}{1 + e^{-a}} \quad (18)$$

A saída da rede neural é um vetor  $y \in \mathcal{R}^{2 \times 1}$ , expresso por:

$$y(x) = \mathbf{W}^T \sigma(\mathbf{V}^T x) \quad (19)$$

onde  $\mathbf{V} \in \mathcal{R}^{6 \times 8}$  é a matriz de pesos entre a camada de entrada e a camada intermediária;  $\mathbf{W} \in \mathcal{R}^{8 \times 2}$  é a matriz de pesos entre a camada intermediária e a camada de saída e  $x \in \mathcal{R}^{6 \times 1}$  é o vetor de entrada da rede neural.

Uma das características mais importantes da rede neural artificial é a capacidade de aproximar funções contínuas não-lineares multivariáveis (Żbikowski e Dzieliński, 1995). Observando esta característica em particular, considere  $f(x)$  como sendo uma função suave de  $\mathcal{R}^n \mapsto \mathcal{R}^m$ . É possível mostrar que, a medida que  $x$  está restrito a um conjunto compacto  $U_n \in \mathcal{R}^n$ , para algum número  $N$  de neurônios na camada intermediária, existe uma configuração de rede neural (pesos e limites de ativação) tal que:

$$f(x) = \mathbf{W}^T \sigma(\mathbf{V}^T x) + \epsilon \quad (20)$$

A expressão 20 evidencia que uma rede neural pode aproximar qualquer função contínua em um conjunto compacto. O erro na aproximação da rede neural é definido por  $\epsilon$ . Para um valor especificado de  $\epsilon_N > 0$ , é possível obter  $\epsilon < \epsilon_N$ . Do ponto de vista do controle, o mais significativo é o fato de, em se especificando  $\epsilon_N$ , existe alguma combinação de pesos em que o máximo erro desejado na aproximação é atingido. Deste modo, uma estimativa  $\hat{f}(x)$  é dada por:

$$\hat{f}(x) = \hat{\mathbf{W}}^T \sigma(\hat{\mathbf{V}}^T x) + \epsilon \quad (21)$$

onde  $\hat{\mathbf{V}}$  e  $\hat{\mathbf{W}}$  são estimativas dos pesos ideais da rede neural.

Os pesos são ajustados de modo *online* por meio das seguintes equações:

$$\Delta \hat{\mathbf{W}} = \mathbf{F} \sigma(\hat{\mathbf{V}}^T x) e_c^T - \mathbf{F} \sigma'(\hat{\mathbf{V}}^T x) \hat{\mathbf{V}}^T x e_c^T - k \mathbf{F} \| e_c \| \hat{\mathbf{W}} \quad (22)$$

$$\Delta \hat{\mathbf{V}} = \mathbf{G} x (\sigma'(\hat{\mathbf{V}}^T x) \hat{\mathbf{W}} e_c)^T - k \mathbf{G} \| e_c \| \hat{\mathbf{V}} \quad (23)$$

onde os parâmetros de projeto  $\mathbf{F}$  e  $\mathbf{G}$  são matrizes positivas definidas e  $k > 0$ .

### 3.3 Malha de Controle da Dinâmica

Utilizando as velocidades de controle obtidos na malha de controle da cinemática é possível expressar o erro de velocidade como sendo:

$$e_c = v_c - v \quad (24)$$

Assim, tomando a primeira derivada em relação ao tempo de 24, a dinâmica pode ser reescrita em função do erro de seguimento de velocidade, sob a forma:

$$\overline{\mathbf{M}} \dot{e}_c = -\overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{m}} e_c - \bar{\tau} + f(x) + \bar{\tau}_d \quad (25)$$

com

$$f(x) = \overline{\mathbf{M}} \dot{v}_c + \overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{m}} v_c + \overline{\mathbf{F}}(v) \quad (26)$$

Devido à ausência de um conhecimento exato dos parâmetros envolvidos, a rede neural é introduzida a fim de realizar o mapeamento não-linear existente em 26. O vetor de entrada da rede neural é dado por:

$$x = [v_c \ \dot{v}_c \ v]^T \quad (27)$$

Uma entrada de controle conveniente para seguimento de velocidade é apresentado:

$$\tilde{\tau} = \hat{f} + \mathbf{K}_4 e_c - \gamma \quad (28)$$

onde  $\mathbf{K}_4$  é uma matriz de ganhos, positiva definida, e  $\hat{f}(x)$  é uma estimativa de 26, dada pela rede neural. O sinal  $\gamma$  está presente para garantir robustez ao controle. Substituindo 15 em 25, o erro em malha fechada da dinâmica é determinado por:

$$\overline{\mathbf{M}} \dot{e}_c = -(\mathbf{K}_4 + \overline{\mathbf{V}}_{\mathbf{m}}) e_c + \tilde{f}(x) + \bar{\tau}_d + \gamma \quad (29)$$

onde  $\tilde{f} = f - \hat{f}$ . A estabilidade geral do sistema é garantida pela teoria de Lyapunov e aspectos de robustez estão presentes em (Fierro e Lewis, 1998).

Considere a seguinte função como sendo candidata à função de Lyapunov:

$$V = V_1 + V_2 \quad (30)$$

onde  $V_1$  é definida na equação 14 e

$$V_2 = \frac{1}{2} \left[ e_c^T \overline{\mathbf{M}} e_c + \text{tr} \{ \tilde{\mathbf{W}}^T \mathbf{F}^{-1} \tilde{\mathbf{W}} \} + \text{tr} \{ \tilde{\mathbf{V}}^T \mathbf{G}^{-1} \tilde{\mathbf{V}} \} \right] \quad (31)$$

Derivando em relação ao tempo a equação 30, resulta:

$$\dot{V} = e \dot{e} + h \phi \dot{\phi} + \alpha \dot{\alpha} + \dot{V}_2 \quad (32)$$

e diferenciando 31, e depois substituindo por 29 em 31 e lançando mão da propriedade de anti-simetria obtém-se:

$$\dot{V}_2 = -e_c^T \mathbf{K}_4 e_c + e_c^T (\delta + \gamma) + k \| e_c \| \text{tr} \{ \tilde{\mathbf{Z}} (\mathbf{Z} - \hat{\mathbf{Z}}) \} \quad (33)$$

onde  $\delta$  é o termo de perturbação<sup>a</sup> expresso por:

$$\delta = \tilde{\mathbf{W}} \hat{\sigma}' \mathbf{V}^T x + \mathbf{W}^T O(\tilde{\mathbf{V}}^T x) + \epsilon + \bar{\tau}_d$$

Agora, considerando o fato de

$$\begin{aligned} \text{tr} \{ \tilde{\mathbf{Z}} (\mathbf{Z} - \hat{\mathbf{Z}}) \} &= \langle \tilde{\mathbf{Z}}, \mathbf{Z} \rangle - \| \tilde{\mathbf{Z}} \|^2 \\ &\leq \| \tilde{\mathbf{Z}} \| \| \mathbf{Z} \| - \| \tilde{\mathbf{Z}} \|^2 \end{aligned} \quad (35)$$

então a expressão 33 pode ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2 &\leq -e_c^T e_c - \| e_c \| \left[ k \| \tilde{\mathbf{Z}} \| \left( \| \tilde{\mathbf{Z}} \| - \mathbf{Z}_M \right) \right. \\ &\quad \left. + \mathbf{K}_4 \| e_c \| - C_0 - C_1 \| \tilde{\mathbf{Z}} \| \right] \end{aligned} \quad (36)$$

Utilizando a equação 16 para os primeiros três termos de 32 e substituindo  $\dot{V}_2$  de 32, resulta em:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -\gamma_1 e^2 \cos(\alpha)^2 - \gamma_2 \alpha^2 + \\ &\quad - \| e_c \| \left[ \mathbf{K}_4 \| e_c \| - C_0 + \right. \\ &\quad \left. - C_1 \| \tilde{\mathbf{Z}} \| + k \| \tilde{\mathbf{Z}} \| \left( \| \tilde{\mathbf{Z}} \| - \mathbf{Z}_M \right) \right] \end{aligned} \quad (37)$$

Deste modo, para que  $\dot{V}$  seja não-positiva, os termos dentro dos colchetes precisam ser não-negativos. Seja  $C_3$  definido como  $C_3 \triangleq (1/2)[\mathbf{Z}_M + (C_1/k)]$  e completando os quadrados em 37 resulta:

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq \dot{V}_1 - \| e_c \| \left\{ \mathbf{K}_4 \| e_c \| + \right. \\ &\quad \left. + k \left( \| \tilde{\mathbf{Z}} \| - C_3 \right)^2 - C_0 - k C_3^2 \right\} \end{aligned} \quad (38)$$

Assim,  $\dot{V}$  é negativa a medida que

$$\| e_c \| > \frac{k C_3^2 + C_0}{k} \quad (39)$$

ou

$$\| \tilde{\mathbf{Z}} \| > C_3 + \sqrt{C_3^2 + \frac{C_0}{k}} \quad (40)$$

o que garante que  $\| e_c \|$  e  $\| \tilde{\mathbf{Z}} \|$  são localmente uniformemente limitados.

<sup>a</sup> $O(\tilde{\mathbf{V}}^T x)$  refere-se aos termos de alta ordem da série de Taylor

## 4 Resultados

Os resultados experimentais a serem apresentados são referentes ao cascadeamento do controlador cinemático em coordenadas polares com o controlador dinâmico via redes neurais.

A posição inicial do robô neste experimento foi  $x_0 = 0,1(m)$ ,  $y_0 = 0,0(m)$  e  $\theta_0 = 0,0(rd)$ . A trajetória a ser seguida é da forma '8', sendo o centro da trajetória colocado na origem  $(0,0,0)$ . Os ganhos utilizados no controlador cinemático foram  $\gamma_1 = 0,9$ ,  $\gamma_2 = 0,05$  e  $h = 7,0$ . Já para o controlador dinâmico foram utilizados  $K_4 = 100 \mathbf{I}$ ,  $k_z = 0,01$ ,  $k = 0,01$ ,  $F = 3,0$  e  $G = 4,0$ , sendo  $\mathbf{I}$  a matriz identidade com dimensão apropriada.

Na figura 3 apresenta-se o comportamento da coordenada  $x$  do robô (linha cheia) e a trajetória de referência para esta coordenada (linha pontilhada). Já na figura 4 tem-se a coordenada  $y$  do robô (linha cheia) e a respectiva referência (linha pontilhada). É possível se observar nestas duas figuras um pequeno atraso em relação à trajetória percorrida pelo robô e a trajetória de referência, embora o robô tenha conseguido realizar o rastreamento da trajetória.

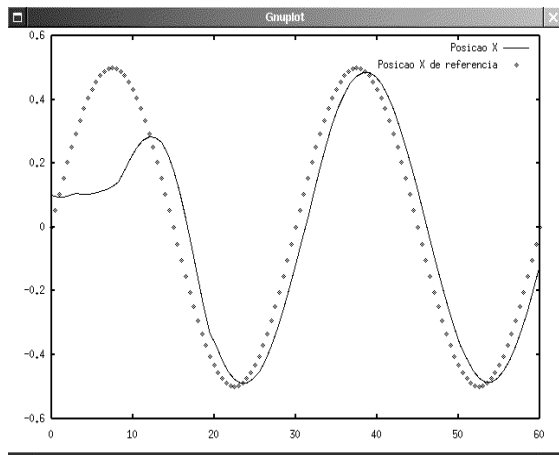


Figura 3. Posição  $x$  do robô (linha cheia) e posição de referência (linha pontilhada).

A orientação do robô (linha cheia) e a trajetória de referência para a sua orientação (linha pontilhada) podem ser vistas na figura 5.

A trajetória percorrida pelo robô no plano cartesiano (linha cheia) e a trajetória de referência para o movimento estão apresentadas na figura 6. Na figura 7 estão os torques exercidos pelos motores das rodas direita (linha cheia) e esquerda (linha pontilhada).

## 5 Conclusão

Neste trabalho utilizou-se uma rede neural com o intuito de tratar as incertezas existentes com os parâmetros envolvidos na dinâmica (*e.g.* coeficiente de atrito) de um robô móvel. É importante

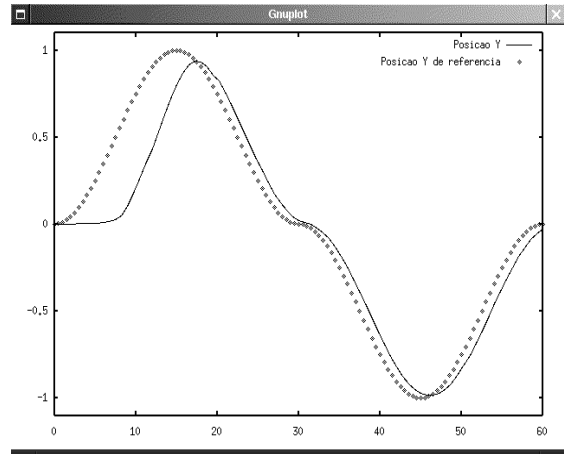


Figura 4. Posição  $y$  do robô (linha cheia) e posição de referência (linha pontilhada).

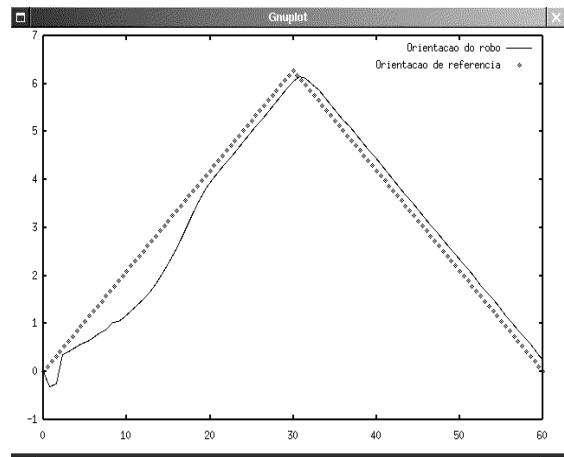


Figura 5. Orientação do robô (linha cheia) e orientação desejada (linha pontilhada).

salientar que a rede neural não pode possuir um elevado número de neurônios na sua camada intermediária a fim de não requerer um tempo muito grande para ser calculada, uma vez que na prática estão presentes restrições de tempo-real. Tais restrições de tempo foram satisfeitas uma vez que os resultados aqui apresentados foram obtidos em experiência prática em um protótipo pertencente à classe  $(2,0)$ . O controlador apresentado não necessita de um sinal de referência para velocidade, ao contrário do apresentado em (Fierro e Lewis, 1998).

Uma próxima tarefa a ser realizada, na continuidade deste trabalho, é a utilização deste controlador para estabilização em uma dada posição de referência. Logo em seguida poder-se-ia aplicar tanto a estabilização em uma dada postura quanto o rastreamento de trajetória para fazer com que o robô possa se deslocar de acordo com uma trajetória e, chaveando entre as leis de controle, possa parar no ponto desejado.

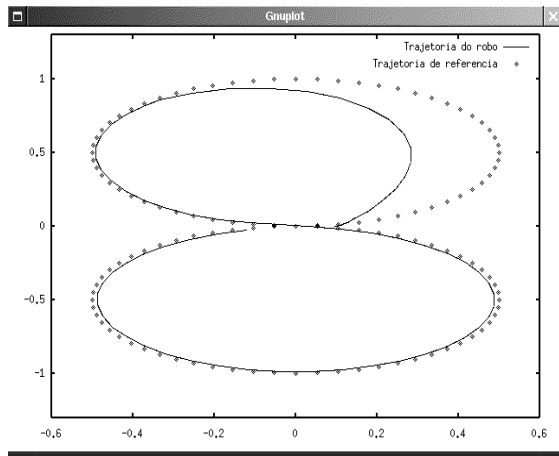


Figura 6. Trajetória percorrida pelo robô (linha cheia) e a de referência (linha pontilhada).

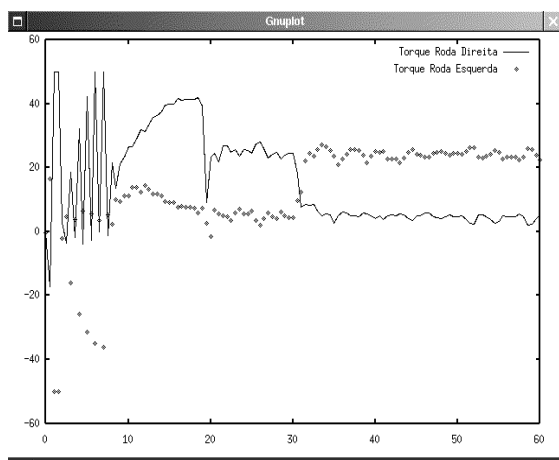


Figura 7. Torques exercidos pelos motores direito (linha cheia) e esquerdo (linha pontilhada).

### Referências Bibliográficas

- Astolfi, A. (1994). On the stabilization of nonholonomic systems, *Proceedings of the 33<sup>rd</sup> Conference on Decision and Control*, pp. 3469–3474.
- Campion, G., Bastin, G. e D'Andréa-Novel, B. (1996). Structural properties and classification of kinematic and dynamic models of wheeled mobile robots, *IEEE Transactions on Robotics and Automation* **12**: 47–62.
- Fierro, R. e Lewis, F. L. (1998). Control of nonholonomic mobile robot using neural networks, *IEEE Transactions on Neural Networks* **9**: 589–601.
- Kolmanovsky, I. V., Reyhanoglu, M. e McClamroch, N. H. (1994). Discontinuous feedback stabilization of nonholonomic systems in extended power form, *Proceedings of the 33<sup>rd</sup> Conference on Decision and Control*, pp. 3469–3474.
- Lages, W. F. e Hemerly, E. M. (1998). Smooth time-invariant control of wheeled mobile robots, *Proceedings of XIII International Conference of System Science*, Poland.
- M'Closkey, R. T. e Murray, R. M. (1997). Exponential stabilization of driftless nonlinear control systems using homogeneous feedback, *IEEE Transactions on Automatic Control* **42**: 614–628.
- Murray, R. M. e Sastry, S. S. (1993). Nonholonomic motion planning: Steering with sinusoids, *IEEE Transactions on Automatic Control* **38**: 700–716.
- Yamamoto, Y. e Yun, X. (1994). Coordinating locomotion and manipulation of a mobile platform, *IEEE Transactions on Automatic Control* **39**: 1326–1332.
- Żbikowski, R. e Dzieliński, A. (1995). Neural approximation: A control perspective, Springer-Verlag.