

IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS DINÂMICOS USANDO BASES DE FUNÇÕES ORTONORMAIS: APLICAÇÃO AO PROCESSO BENCHMARK FCC

GUSTAVO HENRIQUE DA COSTA OLIVEIRA

LAS/CCET/PUCPR

R. Imaculada Conceição 1155, Curitiba/PR

gustavoc@rla01.pucpr.br

WAGNER CARADORI DO AMARAL

DCA/FEEC/Unicamp - Campinas/SP

wagner@dca.fee.unicamp.br

Resumo— Neste trabalho, aborda-se o problema de identificação de sistemas lineares, não-lineares, mono e multivariáveis sob o enfoque da utilização de bases de funções ortonormais. No caso de sistemas lineares, o ponto de partida são os modelos de resposta ao impulso finita e, no caso de sistemas não-lineares, utiliza-se o modelo de Volterra. A extensão para o caso multivariável é também apresentada. Neste contexto, discute-se a aplicação desta técnica em uma unidade FCC (*Fluid Catalytic Cracker*), que foi utilizada como benchmark no sub-grupo controle de processos da RECOPE/FINEP.

Abstract— This work is focused on linear, non-linear, monovariabe and multivariable system identification by using orthonormal basis function. In the linear case, the theory is developed starting with FIR models and, for non-linear systems, the Volterra models are used. In this context, the FCC (*Fluid Catalytic Cracker*) unit used as benchmark in the "RECOPE process control group" is proposed as application environment of the above strategies.

Key Words— System identification, Non-linear systems, Multivariable systems, Orthonormal basis functions, Laguerre basis, Fluid Catalytic Cracker

1 Introdução

A utilização de bases de funções ortonormais na representação de sistemas dinâmicos lineares e não-lineares vem, recentemente, recebendo bastante atenção na literatura especializada, como mostram os trabalhos (Zervos e Dumont, 1988) (Wahlberg, 1991) (Wahlberg e Makila, 1996) (Silva, 1995) (Ninness e Gustafsson, 1995) (den Hof et al., 1995) (Oliveira, Favier, Dumont e Amaral, 1996) (Oliveira, Lopez, Favier e Amaral, 1996) (Oliveira et al., 1998) e referências inclusas, contando, inclusive, com aplicações em sistemas de controle (Oliveira et al., 2000) (Oliveira e Amaral, 2000). O modelo com bases de funções ortonormais (modelo BFO) é não-estruturado e é definido como um operador (linear ou não) que relaciona a saída das funções da base com a saída do processo, e cada função da base é formada a partir de um conhecimento *a priori* aproximado sobre a dinâmica dominante do processo.

A representação de sistemas dinâmicos através de operadores não-estruturados, como os modelos de resposta ao impulso e/ou modelos Volterra (Boyd e Chua, 1985) se caracteriza por não requerer a definição explícita de um regressor apropriado para o modelo do processo, o que representa uma vantagem quando este tipo de informação não está disponível. Os parâmetros do modelo são descritos como uma regressão linear em relação aos sinais de entrada e, portan-

to, a fase de identificação paramétrica pode ser realizada utilizando um algoritmo tipo mínimos quadrados. Como contrapartida, esta representação é intrinsecamente infinita em relação aos parâmetros, fazendo com que o modelo deva ser truncado em finitos termos. Neste contexto, a escolha apropriada de uma base de funções ortonormais na parametrização do modelo permite reduzir no número de coeficientes necessários para a representação adequada do processo.

Este trabalho aborda o problema da identificação de sistemas dinâmicos lineares e não-lineares, mono e multivariáveis, através de modelos formados com bases de funções ortonormais e apresenta uma aplicação da estratégia em uma unidade FCC.

2 Identificação de sistemas lineares usando BFO

Um sistema causal, linear e estável pode ser caracterizado por sua resposta ao impulso, isto é:

$$y(k) = \sum_{i=0}^{\infty} h(k-i)u(i) \quad (1)$$

onde $y(k)$ e $u(k)$ são, respectivamente, os sinais de saída e entrada do sistema. $h(k)$ é a resposta ao impulso do sistema.

Neste modelo, a resposta ao impulso está parametrizada por uma base de funções que pode

ser associada com o operador atraso, isto é, q^{-i} ; $i = 1, \dots, \infty$. Uma característica desta parametrização é a necessidade de um número elevado de coeficientes no modelo, especialmente quando o sistema possui dinâmicas lentas comparadas com o período de amostragem.

Uma vez que a resposta ao impulso de um sistema BIBO estável pertence ao espaço de Lebesgue $L_2[0, \infty[$, esta pode ser representada por uma série de funções ortonormais, como mostrado a seguir :

$$h(k) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i \phi_i(k) \quad (2)$$

onde $\phi_i(k)$, $i = 1, \dots$, é uma base de funções ortonormais e c_i são os coeficientes da parametrização em séries de sinal $h(k)$. Com esta representação, a saída do modelo é dada por:

$$y(z) = \sum_{i=1}^{\infty} c_i \Phi_i(z) u(z) \quad (3)$$

onde $\Phi_i(z)$ é Transformada \mathcal{Z} de $\phi_i(k)$. Definindo $l_i(k)$ como sendo a saída da n -ésima função da base $\{\Phi_i(z)\}_{i=1}^{\infty}$ para a entrada $u(k)$ e assumindo uma ordem de truncamento de n termos, obtém-se:

$$\tilde{y}(k) = \sum_{i=1}^n c_i l_i(k) \quad (4)$$

A identificação paramétrica deste tipo de modelo é abordada por diversos autores, por exemplo, (Zervos e Dumont, 1988) (Wahlberg, 1991) (Gunnarsson e Wahlberg, 1991) (Oliveira, Lopez, Favier e Amaral, 1996) (Oliveira et al., 1998). Estes trabalhos destacam algumas propriedades, como as citadas a seguir. Não é necessário o conhecimento *a priori* sobre a ordem e o atraso do processo na identificação do modelo (identificação estrutural). Variando-se o número de parâmetros n do modelo, os coeficientes de mais baixa ordem da série permanecem praticamente constantes (Zervos e Dumont, 1988). Esta característica facilita um ajuste *on line* no número de parâmetros do modelo durante a identificação. Em modelos tipo CARIMA, um ajuste na ordem acarreta uma modificação em todos os parâmetros do modelo, o que leva a transitórios significativos na identificação destes parâmetros. Em relação a modelos de resposta ao impulso, a diminuição do número de parâmetros a identificar através da utilização de bases ortonormais melhora a qualidade do estimador obtido. Em (Wahlberg, 1991), mostra-se que a utilização das funções de Laguerre melhora o condicionamento da matriz de covariância do método dos mínimos quadrados. A utilização de modelos de Laguerre reduz o erro médio quadrado MSE (*Mean Square Error*) de estimação e reduz o efeito das perturbações em altas frequências (Gunnarsson e Wahlberg, 1991). Apesar do atraso não estar explicitamente representado

no modelo (4), esta tipo de estrutura é capaz de representar processos com atraso de tempo.

A extensão para o caso de sistemas multivariáveis é apresentada a seguir.

Seja um processo não-linear multivariável (MIMO) com E entradas, $u_e(k)$, para $e = 1, \dots, E$, e S saídas $y_s(k)$, para $s = 1, \dots, S$, dado por:

$$y_s(k) = \sum_{e=1}^E \sum_{\tau=0}^{\infty} h_{s,e}(\tau) u_e(k - \tau) \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (5)$$

onde $h_{s,e}(\cdot)$ é a resposta da saída $y_s(\cdot)$ a um impulso em $u_e(\cdot)$. Representando cada uma das respostas ao impulso ($h_{s,e}(\cdot)$) usando bases de funções ortonormais, isto é, $\{\Phi_{s,e,i}(z)\}_{i=1}^n$, e através de um desenvolvimento análogo ao apresentado anteriormente, obtém-se o seguinte modelo MIMO-BFO:

$$\tilde{y}_s(k) = \sum_{e=1}^E \sum_{i=1}^{n_{s,e}} c_{s,e,i} l_{s,e,i}(k) \quad \forall s = 1, \dots, S \quad (6)$$

onde $l_{s,e,i}(\cdot)$ é a saída da i -ésima função da base $\{\Phi_{s,e,i}(z)\}_{i=1}^{n_{s,e}}$ quando a entrada é $u_e(k)$. $c_{s,e}$ são os coeficientes da parametrização em séries de $h_{s,e}(\cdot)$ e $n_{s,e}$ é a ordem de truncamento da série relativa à base $\{\Phi_{s,e,i}(z)\}_{i=1}^{n_{s,e}}$.

3 Identificação de sistemas não-lineares usando BFO

Um sistema dinâmico monovariável, não-linear, causal e invariante no tempo pode ser descrito por um operador não-linear analítico \mathcal{F} . Assumindo que o operador \mathcal{F} possui *fading memory* (Boyd e Chua, 1985), uma aproximação de \mathcal{F} pode ser feita utilizando um série infinita de funcionais de Volterra (Boyd e Chua, 1985).

Como o \mathcal{F} possui *fading memory*, os núcleos de ordem elevada do modelo tendem a zero. A série de Volterra também pode ser truncada em finitos termos (isto é, n termos), onde a ordem de truncamento é geralmente associada a uma "medida de não-linearidade" do sistema. Com estes truncamentos, o modelo de Volterra é dado por:

$$\tilde{y}(k) = h_0(k) + \sum_{m=1}^n \Gamma_m(k) \quad (7)$$

com:

$$\Gamma_m(k) = \sum_{\tau_1=0}^{n_{h,1}} \dots \sum_{\tau_m=0}^{n_{h,m}} h_m(\tau_1, \dots, \tau_m) \prod_{i=1}^m u(k - \tau_i) \quad (8)$$

Nesta equação, $\Gamma_m(k)$ é denominado funcional de ordem m do modelo e os parâmetros $h_m(\tau_1, \dots, \tau_m)$ caracterizam a dinâmica do sistema e são denominados núcleos de Volterra ou resposta ao impulso de ordem m do modelo. Os

elementos dos núcleos são (ou podem ser feitos) simétricos e $h_0(k)$ representa a influência das condições iniciais na saída do sistema dinâmico. O modelo (7) é uma generalização, para o caso não-linear, do modelo de resposta ao impulso (FIR) (quando $m = 1$ e $h_0(k) = 0$) e, analogamente a este tipo de modelo, o modelo Volterra pode representar um sistema não-linear com uma precisão abstrávia apenas aumentando as ordens de truncamento.

A partir da mesma definição de $l_i(k)$ utilizada no caso linear, obtém-se o seguinte modelo Volterra com desenvolvimento em bases de funções ortonormais (modelo Volterra-BFO):

$$\begin{aligned} \tilde{y}(k) = & c_0 + \sum_{i=1}^{n_{f,1}} c_i l_i(k) + \sum_{i=1}^{n_{f,2}} \sum_{l=1}^{n_{f,2}} c_{i,l} l_i(k) l_l(k) + \\ & \sum_{i=1}^{n_{f,2}} \sum_{l=1}^{n_{f,2}} \sum_{m=1}^{n_{f,3}} c_{i,l,m} l_i(k) l_l(k) l_m(k) + \dots \end{aligned} \quad (9)$$

Nesta equação, c_i , $c_{i,l}$, $c_{i,l,m}$, etc. são os coeficientes da representação em bases de funções ortonormais dos núcleos de Volterra e $n_{f,i}$ é o número de funções da base utilizada na representação de $h_i(\cdot)$. c_0 é uma aproximação de $h_0(k)$. Este modelo Volterra-BFO possui a capacidade de representar uma grande classe de sistemas não-lineares sem a necessidade de uma pré-identificação do regressor adequado e sua precisão é função do número funcionais e de funções da base ortonormal utilizados no modelo.

Neste modelo, o operador $\mathcal{H}(\cdot)$ que relaciona os sinais de entrada/saída, isto é,

$$\tilde{y}(k) = \mathcal{H}(l_i(k), \dots, l_{n_f}(k)) \quad (10)$$

com $n_f = \max\{n_{f,i}, \forall i = 1, \dots, n\}$, é do tipo polinomial, e portanto seus parâmetros podem ser estimados por um algoritmo do tipo mínimos quadrados.

Analogamente aos coeficientes dos núcleos de Volterra, os coeficientes do modelo Volterra-BFO são simétricos ($c_{i,l} = c_{l,i}$) e seu número total é função da ordem de truncamento n do modelo. Frequentemente, na prática, são utilizados somente os funcionais lineares e quadráticos da série logo, $n = 2$. O número total de coeficientes é determinado pela quantidade ($n_{f,i}$) de funções ortonormais utilizadas na representação do núcleo $h_i(\cdot)$ e a seleção adequada de uma base de funções permite reduzi-lo sem prejuízo para a qualidade da aproximação do sistema dinâmico.

Outros funcionais não-lineares, análogos ao modelo Volterra, também podem ser utilizados para a descrição do operador \mathcal{H} entre $l_i(k)$ e $\tilde{y}(k)$. Modelos baseados em lógica nebulosa. Em (Oliveira et al., 1999) descreve-se a aplicação de modelos nebulosos do tipo relacional para este fim. Um algoritmo de identificação de modelos nebulosos relacionais é utilizado na estimação

dos parâmetros do modelo. Outro exemplo são os modelos baseados em redes neurais, conforme apresentado, por exemplo, em (Campello et al., 1999).

4 A seleção da base de funções ortonormais

Na aproximação da resposta ao impulso (ou do kernel) do modelo do processo, infinitas funções devem ser utilizadas representação em bases ortonormais. Entretanto, existe sempre um número inteiro n^* finito de funções tal que os coeficientes de ordem maior que n^* tendem a zero e podem ser truncados.

O número mínimo necessário de funções para a série depende da escolha da base, de seus parâmetros e da complexidade do processo. Estes fatores, tendem a aumentar o número de funções necessárias para a modelagem do processos.

Modelos de Resposta ao Impulso Finita e/ou Volterra com parametrização baseada no operador atraso geralmente, necessitam de um número elevado de coeficientes para obter a precisão desejada, principalmente no caso de processos com dinâmicas lentas. Para reduzir este número, uma estratégia é incorporar um conhecimento aproximado da dinâmica do processo nas funções da base. Neste contexto, as principais propostas de bases ortonormais podem ser resumidas em: *i*) a base de Laguerre (Wahlberg e Makila, 1996); *ii*) a base de Kautz (Wahlberg e Makila, 1996); *iii*) a base apresentada em (Ninness e Gustafsson, 1995), denominada *Unified Construction for Orthonormal Basis* - UCOB; *iv*) e a base apresentada em (den Hof et al., 1995), denominada *Generalized Orthonormal Basis Functions* - GOBF.

As bases de Laguerre são caracterizadas por funções contendo um parâmetro de projeto, isto é, um pólo p , com $p \in \mathbb{R}$ e $|p| < 1$. A base de funções de Kautz acrescenta um grau de liberdade em relação à base de Laguerre, uma vez que possui como parâmetro um par de pólos complexos conjugados.

As UBCO e GOBF são uma generalização das bases de Laguerre/Kautz e se caracterizam pela utilização de mais de uma dinâmica nas funções da base. Nestas propostas, cada função (*i*) pode incorporar, em relação à precedente (*i* - 1), uma nova dinâmica à base. Quanto maior a informação *a priori* disponível sobre o processo incorporada na base, maior a flexibilidade na caracterização da resposta em frequência de suas funções e maior a convergência da série em relação às bases de Laguerre e de Kautz.

Todas as bases citadas são completas no espaço $L_2[0, \infty)$, logo é possível aproximar qualquer núcleo (ou resposta ao impulso) $h_i(\cdot)$ de integral finita. Dentre estas bases citadas, as de Laguerre e de Kautz constituem um bom compromisso entre

convergência dos coeficientes da série e a quantidade de conhecimento *a priori* requerido na construção da base.

Devido à recursividade destas bases, a descrição dos sinais $l_i(k)$ pode ser feita na forma de espaço de estados (Oliveira et al., 2000) (den Hof et al., 1995), portanto, os modelos com bases de funções ortonormais podem ser definidos como um mapeamento linear entre a entrada $u(k)$ e a saída das funções ortonormais $l_i(k)$ mais um mapeamento linear (ou não-linear, conforme o caso) sem memória entre $l_i(k)$ e a saída do modelo $y(k)$, conforme mostrado a seguir:

$$\begin{aligned} l(k+1) &= A l(k) + b u(k) \\ y(k) &= \mathcal{H}(l(k)) \end{aligned} \quad (11)$$

com

$$l(k) = [l_1(k) \ l_2(k) \ \cdots \ l_{n_f}(k)]^T \quad (12)$$

No caso de sistemas lineares, $\mathcal{H}(\cdot)$ é dado pela equação (4) e no caso de sistemas não-lineares pela equação (9).

5 Seleção dos pólos das funções ortonormais

As bases descritas na seção anterior são completas no espaço $L_2[0, \infty)$ para qualquer conjunto de pólos estritamente dentro do círculo unitário e, portanto, a seleção dos pólos não é crucial para a qualidade do modelo. Contudo, a representação em séries é truncada em finitos termos. Sabendo que os coeficientes nulos de ordem mais alta podem ser desprezados, a seleção dos pólos da base é importante para assegurar que os coeficientes da aproximação da resposta ao impulso (ou dos núcleos de Volterra, no caso de sistemas não-lineares) tendam rapidamente para zero, resultando em um modelo com um número menor de funções e, conseqüentemente, menor número de coeficientes (menor n_f).

A seleção dos pólos das funções da base é normalmente realizada utilizando um conhecimento *a priori* aproximado da dinâmica dominante do processo ou do espectro do sinal de saída do processo. No caso de sistemas lineares e da série de Laguerre/Kautz, a escolha do pólo p das funções é analisada por diversos autores na literatura, como (Fu e Dumont, 1993) (Silva, 1995) e referências inclusas. Nestas abordagens, geralmente supõe um conhecimento da resposta ao impulso do sistema.

No caso de sistemas não-lineares, métodos baseados somente na resposta ao impulso, como o descrito em (Fu e Dumont, 1993), não são suficientes para a determinação de um valor ótimo para p . Em (Oliveira e Amaral, 2000), propõe-se um critério para o cálculo de um valor para o pólo p das funções da base de Laguerre e, da minimização desta critério em relação a um dado conjunto de sinais de entrada/saída, obtém-se um valor para p .

6 Exemplo

Nesta seção, a identificação de sistema utilizando modelos com bases de funções ortonormais é ilustrada. Em particular, bases de Laguerre aplicadas a um processo petroquímico multivariável, uma unidade de craqueamento catalítico FCC - *Fluid Catalytic Cracker Unit*.

A unidade FCC converte gasóleo em uma gama de produtos (hidrocarbonetos) dos quais a gasolina é o mais conhecido. O processo FCC possui um papel de grande importância no desempenho econômico de uma refinaria e, por isso, é um dos grandes candidatos à utilização de algoritmos de controle avançado. Algoritmos de controle avançados são, geralmente, baseados na utilização de um modelo para o processo e, dentro deste contexto, neste exemplo identifica-se de um modelo para a unidade FCC que utiliza bases de funções ortonormais. Informações adicionais sobre a unidade FCC podem ser encontradas em (Moro e Odloak, 1995), sendo que um simulador (utilizado neste exemplo) foi desenvolvido para o RECOPE/FINEP pelos membros da UFRGS do sub-grupo 'controle de processos'. Esta unidade FCC contém os seguintes sinais de entrada e saída:

(a) Entradas: u_1 - Fluxo de ar para o regenerador; u_2 - Sinal de controle para TCV; u_3 - Fluxo total de alimentação e u_4 - Temperatura da alimentação na entrada do *riser*.

(b) Saídas: y_1 - Temperatura no 1^o estágio do regenerador (fase densa); y_2 - Temperatura no 2^o estágio do regenerador (fase densa); y_3 - Severidade estimada da reação e y_4 - Temperatura da mistura no *riser*.

Desta forma, o modelo multivariável de Laguerre para o processo FCC possui a seguinte estrutura:

$$y_s(k) = \sum_{e=1}^4 \sum_{i=1}^{n_{s,e}} c_{s,e,i} l_{s,e,i}(k) \quad \forall s = 1, \dots, 4 \quad (13)$$

Neste modelo, as bases de Laguerre que compõem as saídas de número 1 e 2 (isto é, $s = 1, 2$) possuem 15 funções (isto é, $e = 1, \dots, 15$) e as bases que compõem as saídas de número 3 e 4 possuem 30 funções. O pólo das funções de cada base foi selecionado utilizando o sinal de saída do FCC quando um impulso é aplicado em cada uma das entradas. Com estes dados, os seguintes valores para o pólo das bases de Laguerre são determinados:

Tabela 1: Valores dos pólos das bases de Laguerre.

	u_1	u_2	u_3	u_4
y_1	0.77	0.89	0.89	0.82
y_2	0.83	0.94	0.89	0.85
y_3	0.79	0.83	0.61	0.78
y_4	0.79	0.84	0.61	0.62

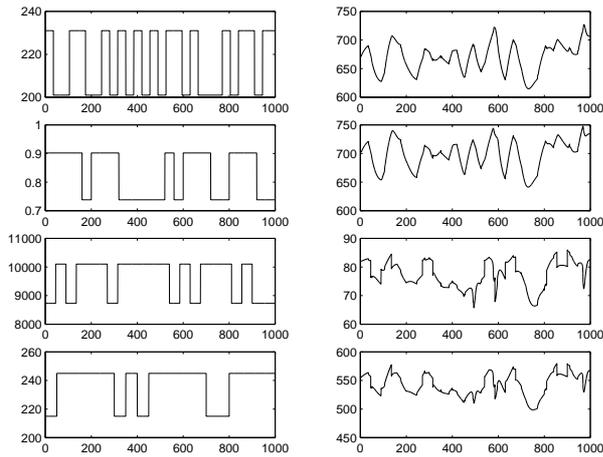


Figura 1. Conjunto de sinais de entrada e saída utilizados na identificação do processo FCC, Legenda : Primeira coluna, sinais de entrada; Segunda coluna, sinais de saída

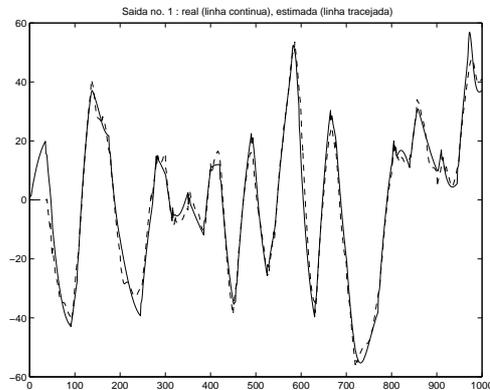


Figura 2. Sinal de saída y_1 e previsão utilizando modelo Laguerre.

Nesta Tabela, o elemento (y_i, u_j) contém o pólo da base que está parametrizando a entrada j com a saída i . Utilizando os sinais de entrada e saída ilustrados na Figura 1, os parâmetros do modelo (isto é, coeficientes dos vetores $c_s, e \forall s, e$) são identificados. As Figuras 2 a 5 contêm a saída do processo FCC juntamente com a previsão da saída em série sintética utilizando este modelo multivariável Laguerre identificado. Em todas as figuras citadas, Linha contínua, saída real; Linha tracejada, saída prevista. Os NMSE (*Normalized Mean Square Errors*) da previsão da saída do modelo em relação à saída processo são dados por: para y_1 , 0,0352; para y_2 , 0,0220; para y_3 , 0,0706; para y_4 , 0,0694.

Para fins comparativos, a identificação do mesmo processo FCC utilizando um modelo multivariável tipo CARIMA, de terceira ordem para a saída y_1 e de segunda ordem para as demais saídas, apresenta os seguintes valores para o NMSE da previsão da saída em série sintética: para y_1 , 0,2184; para y_2 , 0,2844; para y_3 , 0,2881; para y_4 , 0,3756.

Através destes resultados, pode-se verificar

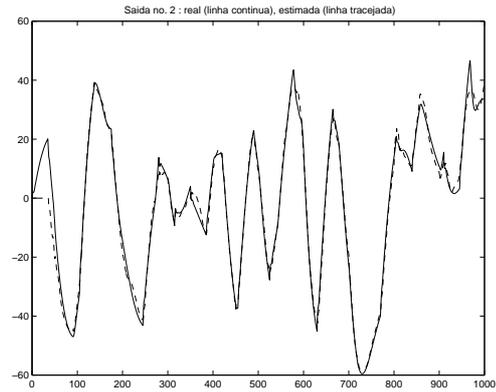


Figura 3. Sinal de saída y_2 e previsão utilizando modelo Laguerre.

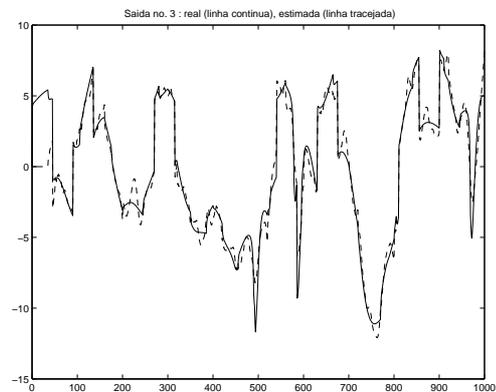


Figura 4. Sinal de saída y_3 e previsão utilizando modelo Laguerre.

que o modelo Laguerre apresenta um desempenho, em termos de NMSE, aproximadamente 10 vezes melhor que o modelo CARIMA equivalente. Além disso, o modelo Laguerre prescinde de uma análise detalhada das ordens e atraso do processo, sendo que a qualidade do modelo obtido pode melhorar simplesmente com um aumento no número de funções da base. No caso modelo CARIMA, sabe-se que a qualidade do modelo pode ser melhorada fazendo uma identificação de estrutura mais elaborada (no exemplo, após várias tentativas, chegou-se aos valores utilizados), entretanto, esta etapa nem sempre é trivial de ser realizada.

7 Conclusões

Neste trabalho, analisou-se a aplicação de bases de funções ortnormais na identificação de sistemas dinâmicos. A base de funções utilizada no modelo é definida a partir do conhecimento aproximado da dinâmica dominante do processo. O modelo resultante, mesmo para sistemas não-lineares e/ou multivariáveis, é linear nos parâmetros e, portanto, estes podem ser determinados através de um método clássico como o dos mínimos quadrados.

Em particular, no caso de sistemas multi-

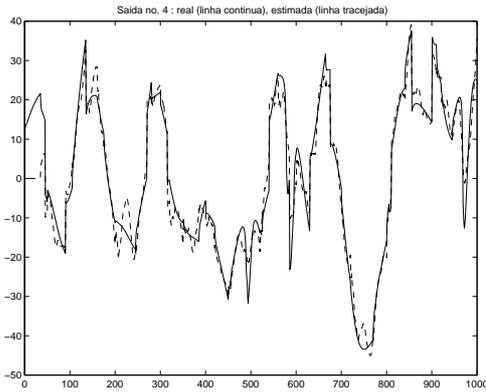


Figura 5. Sinal de saída y_4 e previsão utilizando modelo Laguerre.

variáveis como a unidade FCC, resultados de simulação mostram que o modelo Laguerre multivariável gerou erros de previsão menores que aqueles obtidos com modelos do tipo CARIMA, sem a necessidade de um conhecimento *a priori* da ordem e atraso do processo (identificação de estrutura). Esses resultados evidenciam a validade desta técnica na modelagem do processo FCC.

Referências Bibliográficas

- Boyd, S. e Chua, L. O. (1985). Fading memory and the problem of approximating nonlinear operators with volterra series, *IEEE Trans. on Circuits and Systems* **32**(11): 1150–1161.
- Campello, R. J., Oliveira, G. H. C., Zuben, F. V. e Amaral, W. C. (1999). Redes neurais com base de funções ortonormais, *4o. SBAl*, São Paulo/SP. In português.
- den Hof, P. M. J. V., Heuberger, P. S. C. e Bokor, J. (1995). System identification with generalized orthonormal basis functions, *Automatica* **31**(12): 1821–1834.
- Fu, Y. e Dumont, G. A. (1993). An optimum time scale for discrete Laguerre network, *IEEE Transactions on Automatic Control* **38**(6): 934–938.
- Gunnarsson, S. e Wahlberg, B. (1991). Some asymptotic results in recursive identification using Laguerre models, *International Journal of Adaptive Control and Signal Processing* **5**: 313–333.
- Moro, L. F. L. e Odloak, D. (1995). Constrained multivariable control of fluid catalytic cracking converters, *Journal of Process Control* **5**(1): 29–39.
- Ninness, B. e Gustafsson, F. (1995). Orthonormal bases for system identification, *Proc. of 3rd European Control Conference*, Vol. 1, Roma/Italy, pp. 13–18.
- Oliveira, G. H. C. e Amaral, W. C. (2000). Identificação e controle preditivo de processos não lineares utilizando séries de volterra e bases de funções ortonormais, *13^o. Congresso Brasileiro de Automatica*, Florianópolis.
- Oliveira, G. H. C., Amaral, W. C., Favier, G. e Dumont, G. (2000). Constrained robust predictive controller for uncertain processes modeled by orthonormal series functions, *Automatica* **36**(4): 563–572.
- Oliveira, G. H. C., Campello, R. G. L. e Amaral, W. C. (1999). Fuzzy models within orthonormal basis functions, *8-th IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, Vol. II, Seoul/Korea, pp. 957–962.
- Oliveira, G. H. C., Favier, G., Dumont, G. e Amaral, W. C. (1996). Robust predictive controller based on Laguerre filters modeling, *Proc. of 13th International Federation of Automatic Control (IFAC) World Congress*, Vol. G, San Francisco/USA, pp. 375–380.
- Oliveira, G. H. C., Favier, G., Dumont, G. e Amaral, W. C. (1998). Uncertainties identification using laguerre models with application to paper machine headbox, *Proc. of IEEE/IMACS Multiconference on Computational Engineering in Systems Applications - CESA, Symposium on Control Optimization and Supervision*, Vol. 1, Tunisia, pp. 329–334.
- Oliveira, G. H. C., Lopez, J. F., Favier, G. e Amaral, W. C. (1996). Review of predictive control methods using laguerre functions, *Proc. of IEEE/IMACS Multiconference on Computational Engineering in Systems Applications - CESA, Symposium on Control Optimization and Supervision*, Vol. 1, Lille/France, pp. 304–309.
- Silva, T. O. (1995). On the determination of the optimal pole position of Laguerre filters, *IEEE Trans. on Signal Processing* **43**(9): 2079–2087.
- Wahlberg, B. (1991). System identification using Laguerre models, *IEEE Trans. on Automatic Control* **36**(5): 551–562.
- Wahlberg, B. e Makila, P. M. (1996). Approximation of stable linear dynamical systems using Laguerre and Kautz functions, *Automatica* **32**(5): 693–708.
- Zervos, C. C. e Dumont, G. A. (1988). Deterministic adaptive control based on Laguerre series representation, *International Journal of Control* **48**(6): 2333–2359.