

ANÁLISE DE FLUXO DE POTÊNCIA EM SISTEMAS DE ENERGIA ELÉTRICA LEVANDO EM CONTA INCERTEZAS UTILIZANDO MULTI-LINEARIZAÇÃO

HEITOR D. MANGUEIRA, OSVALDO R. SAAVEDRA, FERNANDO D. PENHA

*Grupo de Sistemas de Energia Elétrica
Departamento de Engenharia de Eletricidade
Universidade Federal do Maranhão
São Luís - MA - 65085-580*

Resumo— Neste artigo é apresentada uma proposta para análise de fluxo de carga nebuloso, onde as injeções de potência são modeladas como números nebulosos trapezoidais para incluir incertezas a elas associadas. São introduzidas melhoras no modelo linear clássico, através da incorporação de um processo de multi-linearização e pela utilização de um processo desacoplado de três passos. O algoritmo proposto é validado utilizando o sistema IEEE30, sendo parte dos resultados obtidos reportados neste artigo

Abstract— This article presents a proposal for the improvement of the solution quality obtained from the fuzzy power flow analysis by the introduction of improvements in the linearization model. Simplicity and computational economy are achieved by using an extended fast decoupled load flow. Numerical examples using the standard IEEE30 system are provided.

Key Words— Conjuntos Nebulosos, Fluxo de carga, Desacoplamento.

1 Introdução

O processo de análise de fluxo de potência tem sido uma das ferramentas mais utilizadas na engenharia de potência nas últimas décadas. O problema de fluxo de potência - ou fluxo de carga - é formulado através de um conjunto de equações não lineares que devem ser resolvidas simultaneamente para obter valores bem definidos do estado do sistema. A prática mostra uma realidade diferente. Os modelos usualmente empregados para análise de fluxo de carga baseiam-se em aproximações. Em particular, tem-se uma fonte importante de incertezas nas injeções de potência, devido a erros na previsão, coleta e medição de grandezas. Estes aspectos se tornam ainda mais relevantes, devido às mudanças no setor elétrico, que envolvem a desregulamentação e privatização do mesmo, fazendo com que as incertezas na carga e na geração sejam mais evidentes do que no modelo tradicional vertical do sistema elétrico.

Mesmo que não sejam consideradas as incertezas, o fluxo de carga representa apenas a operação instantânea do sistema. Logo, a solução será válida para essa configuração e condições de operação. Na prática, o sistema é dinâmico, evoluindo no tempo. Logo, seria razoável inquirir informação não apenas de um ponto e sim de um leque de condições possíveis de operação que podem ser encontradas como resultado das incertezas nas potências e de outros parâmetros do sistema.

Assim também, existem situações nos sistemas de energia elétrica onde apenas é possível se dispor de descrições qualitativas das cargas e/ou de alguns tipos de gerações não convencionais. Es-

tas descrições baseiam-se em observações práticas e na experiência dos engenheiros da operação. Este tipo de informação tem basicamente um caráter impreciso, e é tipicamente descrito através de expressões lingüísticas, por exemplo, como “o fluxo de potência ativa está na ordem de 1 MW” (Miranda, V., Matos, M., Saraiva, J.T., 1990).

Muitos artigos encontrados na bibliografia do tema estão orientados ao tratamento do problema de análise de fluxo de potência com incertezas. Pode-se identificar três tipos de abordagens:

- Métodos probabilísticos;
- Análise de intervalos;
- Métodos de fluxo de carga nebuloso.

Dentro da primeira classificação destacam-se os trabalhos de Borkowska (B. Borkowska, 1974), Dopazo et al. (Dopazo, J.F., Klitin, O. A. e Sasson, A. M., 1975), Allan et. al (Allan, R.N., Leite da Silva, A. M., Burchett, R. C., 1981) e Meliopoulos et al. (Meliopoulos, A. P., Cokkiuides, G. J., Chao, X. Y., 1990). O tratamento via intervalos aritméticos foi levantado por Alvarado et al. em (Wang, Z, Alvarado, F. L., 1992). No que se refere a fluxo de carga nebuloso, vários artigos têm sido publicados, envolvendo o tratamento de cargas como números nebulosos, tendo como resultado distribuições de possibilidades para tensões, ângulos e fluxos. Em (Miranda, V., Matos, M., Saraiva, J.T., 1990)-(V. Miranda, J. T. Saraiva, 1992) são apresentadas abordagens baseadas na linearização de uma solução determinística (crisp). Em (Sun, H., Yu, D., Xie, Y., 2000), o fluxo de carga com injeções nebulosas é formulado como problema de otimização com restrições baseados em cortes α . Para resolver o

problema sugere-se um modelo linearizado e uma versão baseada em multi-linearização.

Neste trabalho é apresentada uma proposta que permite uma melhor resposta da linearização para obtenção das distribuições de possibilidade das variáveis de estado, bem como dos fluxos de potência. Como base de cálculo é utilizado um fluxo de carga desacoplado rápido, porém para o modelo incremental nebuloso é utilizado um modelo de três passos, que incorpora o acoplamento das variáveis ativas e reativas. Este é especialmente importante em redes de distribuição, onde a resistência e reatância são comparáveis, tornando o acoplamento não desprezível. Testes ilustrativos com dois perfis de cargas são realizados e reportados neste artigo.

2 Fluxo de Carga Nebuloso

2.1 Fluxo de Carga Nebuloso Incremental

A primeira proposta para obtenção de uma solução nebulosa para os ângulos e os fluxos de potência ativa, foi baseada em um modelo incremental (Saraiva J.T., Miranda, V. 1991). O procedimento para obtenção das distribuições de possibilidade foi o seguinte:

- Executar um fluxo de carga linearizado determinístico utilizando como valores especificados os pontos médios das distribuições de possibilidades.
- São avaliadas as distribuições de possibilidades $\Delta\tilde{P}$ dos desvios de \tilde{P} com relação ao ponto determinístico especificado P .
- Utilizando o modelo linear, são determinadas as distribuições de possibilidades dos desvios de ângulos $\Delta\tilde{\theta}$, assim como dos fluxos:

$$\Delta\tilde{\theta} = [B']^{-1} \Delta\tilde{P}(V, \theta) \quad (1)$$

$$\Delta\tilde{P}_{ij} = [A] \Delta\tilde{P}(V, \theta) \quad (2)$$

onde $[A]$ é a matriz de sensibilidades dos fluxos com relação às injeções de potência.

2.2 Fluxo de Carga Nebuloso não Linear

O objetivo do fluxo de carga nebuloso não linear é refletir as incertezas das injeções (cargas e/ou gerações) de potência ativa e reativa no estado do sistema, isto é, nos módulos das tensões e nos ângulos, assim como nos fluxos ativos/reativos e perdas do sistema. A estratégia proposta em (Miranda, V., Matos, M., Saraiva, J.T., 1990) consiste em construir distribuições de possibilidades utilizando um modelo incremental em torno

de um ponto de operação determinístico, previamente calculado através de fluxo de carga convencional. A linearização é feita utilizando a matriz Jacobiana avaliada no ponto de operação determinístico (V_d, θ_d) :

$$\begin{bmatrix} \Delta\tilde{P} \\ \Delta\tilde{Q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H(V_d, \theta_d) & N(V_d, \theta_d) \\ M(V_d, \theta_d) & L(V_d, \theta_d) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\tilde{\theta} \\ \Delta\tilde{V} \end{bmatrix} \quad (3)$$

e:

$$\Delta\tilde{\theta} = \tilde{\theta} - \theta_d$$

$$\Delta\tilde{V} = \tilde{V} - V_d$$

onde $\Delta\tilde{\theta}$ e $\Delta\tilde{V}$ são as distribuições de possibilidades de incremento dos ângulos e das tensões com relação aos valores determinísticos, enquanto que $\tilde{\theta}$ e \tilde{V} são, respectivamente, as distribuições de possibilidades dos ângulos e das tensões.

As distribuições de possibilidades dos fluxos nos ramos do sistema são estimadas utilizando uma aproximação linear a partir de $(\Delta\tilde{\theta}, \Delta\tilde{V})$.

$$\Delta\tilde{P}_{ij} = \frac{\partial P_{ij}}{\partial \theta} \Delta\tilde{\theta} + \frac{\partial P_{ij}}{\partial V} \Delta\tilde{V} \quad (4)$$

As distribuições de possibilidades para as potências reativas nas barras de geração, assim como da potência ativa na barra de folga podem ser obtidas de maneira análoga a (4).

3 Método Proposto

A obtenção das distribuições de possibilidades baseia-se num modelo incremental construído em torno de um ponto de operação determinístico. A validade da linearização está fortemente ligada ao grau de não linearidade do problema e também ao tamanho dos incrementos envolvidos. Distribuições de possibilidades largas para os incrementos de potência ativa e reativa são vistos pelo modelo incremental como grandes perturbações. Logo, a validade e qualidade das soluções podem ver-se comprometidas, em especial em condições de operação com carga pesada.

Neste trabalho, é proposta uma técnica de multi-linearização, onde as injeções nebulosas têm suas distribuições de possibilidades decompostas em duas parcelas. Desta forma, são resolvidos dois problemas, com grau de incerteza complementar, que permitem realizar duas linearizações nos respectivos pontos médios. A obtenção das distribuições de possibilidades do problema original são encontradas pela combinação das soluções parciais.

3.1 Propriedade

Seja $\tilde{X} = (X_1, X_2, X_3, X_4)$ um número nebuloso trapezoidal dado na figura (1). Considere-se um valor determinístico X_d tal que $X_2 \leq X_d \leq X_3$.

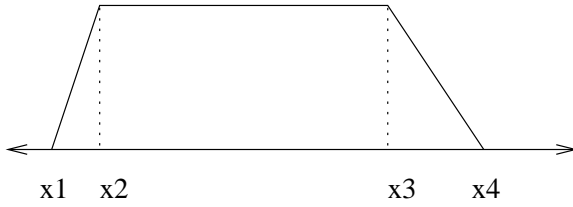


Figura 1. Número trapezoidal

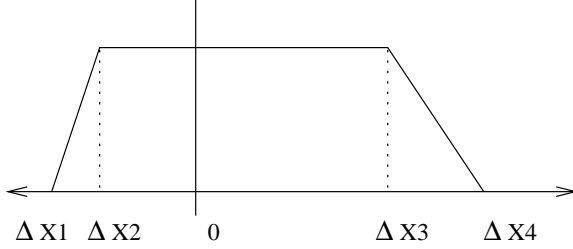


Figura 2. Número trapezoidal incremental

Seja $\Delta \tilde{X} = \tilde{X} - X_d$ o número nebuloso original deslocado por X_d , com função de pertinência mostrada na figura (2). Então, é possível decompor o número nebuloso $\Delta \tilde{X}$ em dois números nebulosos $\Delta \tilde{X}^l$ e $\Delta \tilde{X}^r$ com incertezas complementares, como mostra a figura (3), e onde:

$$\Delta \tilde{X} = \Delta \tilde{X}^l + \Delta \tilde{X}^r \quad (5)$$

e

$$\Delta \tilde{X}^l = (\Delta X_1, \Delta X_2, 0, 0)$$

$$\Delta \tilde{X}^r = (0, 0, \Delta X_3, \Delta X_4)$$

3.2 Descrição da Metodologia

Nesta seção será utilizada a propriedade enunciada anteriormente para resolver o fluxo de carga considerando injeções nebulosas. A idéia é utilizar, no modelo incremental (3), números com intervalos de incerteza *menor* do que o número original. Neste trabalho utiliza-se como ponto de quebra, exatamente o ponto médio nas distribuições de possibilidade. Desta forma são obtidos dois números com intervalos de incerteza de igual dimensão, um deles abrangendo a incerteza do número ser menor do que X_d e o segundo considerando a incerteza do número original ser maior do que X_d . Decompondo assim a incerteza do número, temos duas vantagens:

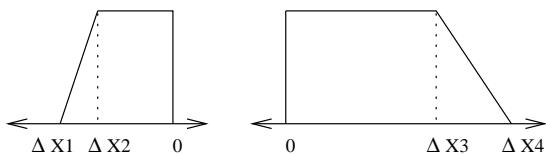


Figura 3. Decomposição do número nebuloso.

- Podemos trabalhar com incrementos menores (metade do original);
- É possível re-linearizar o problema nos pontos centro das duas novas distribuições.

Ambas vantagens nos levam ao mesmo objetivo, que é melhorar a qualidade da solução através da utilização de duas novas linearizações nos intervalos de incerteza, à esquerda e à direita, e pela utilização de incrementos menores.

3.3 Multi-linearização

Considere-se as injeções nebulosas \tilde{P} e \tilde{Q} com distribuição trapezoidal de potência ativa e reativa, respectivamente, em uma barra qualquer. Considere-se também os incrementos nebulosos $\Delta \tilde{P}$ e $\Delta \tilde{Q}$ relativos aos respectivos pontos centros P_d e Q_d (ponto de operação determinístico). De acordo com a seção anterior, podemos escrever:

$$\Delta \tilde{P} = \Delta \tilde{P}^l + \Delta \tilde{P}^r \quad (6)$$

$$\Delta \tilde{Q} = \Delta \tilde{Q}^l + \Delta \tilde{Q}^r \quad (7)$$

onde $\Delta \tilde{P}^l$ e $\Delta \tilde{P}^r$ são as distribuições parciais e complementares de $\Delta \tilde{P}$. De maneira análoga tem-se o caso reativo.

Para $\Delta \tilde{P}^l$, pode-se escolher um novo ponto de linearização ΔP_c^l , de preferência que seja o ponto centro da distribuição. Logo, re-linearizando tem-se:

$$\Delta \Delta \tilde{P}^l = (\Delta P_1^l - \Delta P_c^l, \Delta P_2^l - \Delta P_c^l, \dots) \quad (8)$$

$$\Delta \Delta \tilde{Q}^l = (\Delta Q_1^l - \Delta Q_c^l, \Delta Q_2^l - \Delta Q_c^l, \dots) \quad (9)$$

Para o ponto determinístico $(\Delta P_c^l, \Delta Q_c^l)$ é executado um fluxo de carga, considerando a sua correspondência aos valores não incrementais:

$$\begin{aligned} P_c^l &= P_d + \Delta P_c^l \\ Q_c^l &= Q_d + \Delta Q_c^l \end{aligned}$$

para obtenção de (θ_c^l, V_c^l) .

Para obtenção da distribuição incremental à esquerda dos ângulos e das tensões, procede-se segundo o fluxo de carga descrito no apêndice, como segue:

$$\Delta \Delta \tilde{\theta}_H^l = [B']^{-1} \Delta \Delta \tilde{P}^l \quad (10)$$

$$\Delta \Delta \tilde{V}^l = [B'']^{-1} [\Delta \Delta \tilde{Q}^l - M(\theta_c^l, V_c^l) [B']^{-1} \Delta \Delta \tilde{P}^l] \quad (11)$$

e:

$$\Delta\Delta\tilde{\theta} = \Delta\Delta\tilde{\theta}_N + \Delta\Delta\tilde{\theta}_H \quad (12)$$

De maneira similar procede-se para o lado direito. Logo, as distribuições finais das variáveis nebulosas do problema são obtidas como segue:

$$\tilde{V} = V_c^l + V_c^r - V_d + \Delta\Delta\tilde{V}^l + \Delta\Delta\tilde{V}^r \quad (13)$$

$$\tilde{\theta} = \theta_c^l + \theta_c^r - \theta_d + \Delta\Delta\tilde{\theta}^l + \Delta\Delta\tilde{\theta}^r \quad (14)$$

Distribuições dos fluxos de potência ativa e reativa

As distribuições de possibilidade para os incrementos de fluxos de potência ativa e reativa podem ser determinados utilizando as expressões abaixo:

$$\Delta\Delta\tilde{P}_{ij}^l = S_{\theta}^{P_{ij}} [B']^{-1} \Delta\Delta\tilde{P}^l + S_V^{P_{ij}} [B'']^{-1} \Delta\Delta\tilde{Q}^l \quad (15)$$

$$\Delta\Delta\tilde{Q}_{ij}^l = S_V^{Q_{ij}} [B'']^{-1} \Delta\Delta\tilde{Q}^l + S_{\theta}^{Q_{ij}} [B']^{-1} \Delta\Delta\tilde{P}^l \quad (16)$$

onde $S_{\theta}^{P_{ij}}$, $S_V^{P_{ij}}$, $S_V^{Q_{ij}}$ e $S_{\theta}^{Q_{ij}}$ são vetores fila compostos pelas derivadas parciais dos fluxos de potência ativa e reativa, com relação às variáveis de estado V e θ . Por exemplo, $S_{\theta}^{Q_{ij}}$ tem a seguinte forma:

$$S_{\theta}^{Q_{ij}} = \left[\frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_i} \mid \frac{\partial Q_{ij}}{\partial \theta_j} \right] \quad (17)$$

As derivadas em P_{ij} e Q_{ij} são avaliadas no ponto (θ_c^l, V_c^l) . As mesmas expressões (15 - 16) são utilizadas para o lado direito, sendo que o número nebuloso final não incremental é determinado de forma análoga à (13-14).

4 Resultados de Testes

Nesta seção apresentam-se resultados experimentais obtidos com o algoritmo proposto. O programa computacional foi desenvolvido em FORTRAN 90, sendo que para testes foi considerado o sistema clássico IEEE30. Assume-se que todas as cargas possuem incerteza que é representada através de números nebulosos trapezoidais. Os valores mais prováveis são os originais do caso base do arquivo IEEE30 padrão. O intervalo de incerteza assumido é $\pm 10\%$ e considerados os modificadores lingüísticos utilizados em (Saraiva J.T., Miranda, V. 1991). A tabela (1) apresenta as distribuições para algumas barras do sistema, devido a limitações de espaço. Os casos determinísticos foram calculados utilizando fluxo de

carga desacoplado rápido BX, com tolerância de 0.01 MW/MVAr. Foram realizados testes com carga nominal do sistema e logo aumentando esta em 50%. Duas versões de fluxo de carga nebuloso foram implementados, o primeiro baseado exclusivamente no método desacoplado rápido - denominado de *DR*- e onde as grandezas dependentes são calculadas utilizando as expressões (15-17). A segunda versão, denominada de *Mn3*, é baseada na resolução do Método de Newton em três passos e multi-linearização, e utiliza as expressões (6-17).

A tabela (1) apresenta as distribuições de injeções de potência em algumas barras. Estas distribuições são obtidas a partir da incerteza assumida ($\pm 10\%$) combinada com os modificadores lingüísticos sugeridos em (Saraiva J.T., Miranda, V. 1991).

Na tabela (2) são apresentados os resultados de fluxo de potência ativa e reativa para os pontos extremos (mínimo e máximo) das distribuições de injeções de potência.

A tabela (3) apresenta os resultados das distribuições obtidas, para tensões e ângulos, considerando carga nominal. Por restrições de espaço, são ilustrados apenas os resultados de algumas barras.

Pode-se observar que há valores limites de V que extrapolam as distribuições obtidas pelo método *DR* na tabela (3). Na tabela (4) são apresentados resultados de distribuições para o sistema IEEE30 com as injeções alteradas por um fator 1.5. As distribuições para V obtidas através do método *DR*, novamente não incluem os pontos de operação obtidos da análise determinística de extremos, evidenciando as deficiências da aproximação linear. Por outro lado o método proposto fornece resultados com erro menor a 0.06% (barra 30), que se encontra na faixa de tolerância do fluxo de carga. Da mesma forma, observa-se que as distribuições obtidas com o método *DR* são mais largas do que as obtidas com o método proposto. Esta distorsão é também atribuída ao modelo linear, que em situações de carga pesada e considerando grandes incrementos, não fornece soluções compatíveis com o problema real.

Numa visão global, a metodologia baseada em multi-linearização melhora a resposta do modelo, e dependendo do número de pontos utilizados, pode-se ter uma resposta ainda mais próxima da forma não linear do problema.

5 Conclusões

Neste trabalho apresentou-se a implementação de uma proposta para obtenção das distribuições de possibilidade das variáveis de estado assim como dos fluxos no sistema, quando as injeções de potência possuem incertezas. A metodologia utiliza um modelo de três passos para resolução aproximada do método de Newton e é baseada

Caso	Barras	\bar{P}				\bar{Q}			
		P^1	P^2	P^3	P^4	Q^1	Q^2	Q^3	Q^4
Caso Base	7	22.116	22.572	23.028	23.484	10.573	10.791	11.009	11.227
	12	10.864	11.088	11.312	11.536	7.275	7.425	7.575	7.725
	19	9.215	9.405	9.595	9.785	3.298	3.366	3.434	3.502
	30	10.282	10.494	10.706	10.918	1.843	1.881	1.919	1.957
150% Nom.	7	33.174	33.858	34.542	35.226	15.860	16.187	16.514	16.841
	12	16.296	16.632	16.968	17.304	10.913	11.138	11.363	11.588
	19	13.823	14.108	14.393	14.678	4.947	5.049	5.151	5.253
	30	15.423	15.741	16.059	16.377	2.765	2.822	2.879	2.936

Tabela 1. Injeções nebulosas em algumas barras do IEEE30 (caso base, 150% do caso base)

Carga	Ramo		P_{km}		Q_{km}	
	k	m	Min.	Max	Min.	Max.
Caso Base	6	7	31.879	34.005	0.247	-0.132
	9	11	-9.700	-10.300	-14.327	-14.962
	21	22	-1.720	-1.408	-1.640	-1.477
	24	25	-0.411	-0.305	1.726	1.671
150% Nom.	6	7	47.278	50.443	-3.263	-3.860
	9	11	-14.550	-15.450	-22.273	-23.390
	21	22	-2.689	-2.205	-2.255	-1.986
	24	25	-0.794	-0.606	0.945	0.899

Tabela 2. Fluxos de potência determinístico em alguns ramos para valores máximos e mínimos de injeções.

em uma estratégia de multi-linearização. Desta forma, o erro introduzido pela linearização do Método de Newton é amenizado, em especial em situações de sistemas mal condicionados ou com carga pesada. Neste trabalho foram introduzidos dois pontos de linearização, porém é possível aumentar esse número, segundo sejam as necessidades do caso.

Agradecimentos

Os autores desejam expressar seus agradecimentos ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Tecnológico, CNPq e ao Banco do Nordeste do Brasil - BNB, que apoiaram o desenvolvimento deste trabalho.

Referências Bibliográficas

- Borkowska, B. (1974), "Probabilistic Load flow", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol PAS-93, No3, pp. 752-755.
- Dopazo, J.F, Klitin, O. A., Sasson, A. M. (1975), "Stochastic Load Flow", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol PAS-94, No 2, pp. 299-309.
- Allan, R.N., Leite da Silva, A. M., Burchett, R. C. (1981), "Evaluation Methods and Accuracy in Probabilistic Load Flow Solutions", IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems, Vol PAS-100, No 5, pp. 2539-2546.
- Meliopoulos, A. P., Cokkiuides, G. J., Chao, X. Y (1990), "A New Probabilistic Power flow Anal-

ysis Method", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 5, No 1, pp. 182-189.

Wang, Z, Alvarado, F. L. (1992), "Interval Arithmetic in Power Flow Analysis", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 7, No 3, pp. 1341-1349.

Sun, H., Yu, D., Xie, Y. (2000), "Application of Fuzzy Set Theory to Power Flow Analysis with Uncertain Power Injections", IEEE Summer Meetings, pp. 1191 -1196.

Saraiva, J.T., Miranda, V. (1991), "Representação de Fontes Aditivas em Redes de Distribuição de Energia utilizando Conjuntos Imprecisos", 1er Encontro Luso-Afro-Brasileiro de Planejamento e Exploração de Redes de Distribuição de Energia, Comunicação No 22, Portugal.

Miranda, V., Matos, M., Saraiva, J.T. (1990), "Fuzzy Load Flow - New Algorithms Incorporating Uncertain Generation and Load Representation", 10th Power System Computation Conference, Graz, Austria.

Miranda, V., Saraiva, J.T. (1992), "Fuzzy Modelling of Power System Optimal Load Flow", IEEE Transactions on Power Systems, vol.7, no.2, pp.843-849.

Monticelli, A., Garcia, A. V., Saavedra, O. R.(1990), "Fast Decoupled Load Flow: Hypothesis, Derivations and Testing", IEEE Transactions on Power Systems, Vol. 5, No 4.

Met.	k	\tilde{V}	V		$\tilde{\theta}$	θ	
		(V^1, V^2, V^3, V^4)	min	max	$(\theta^1, \theta^2, \theta^3, \theta^4)$	min	max
<i>DR</i>	7	1.0038, 1.0040, 1.0041, 1.0043	1.0046	1.0035	-9.81, -9.42, -9.00, -8.61	-8.92	-9.50
	12	1.0594, 1.0598, 1.0602, 1.0606	1.0608	1.0592	-11.43, -11.00, -10.56, -10.13	-10.47	-11.10
	19	1.0271, 1.0278, 1.0285, 1.0292	1.0299	1.0264	-13.32, -12.85, -12.36, -11.89	-12.25	-12.97
	30	0.9923, 0.9930, 0.9938, 0.9946	0.9960	0.9908	-14.70, -14.20, -13.67, -13.18	-13.51	-14.37
<i>Mn3</i>	7	1.0035, 1.0039, 1.0043, 1.0047	id.	id.	-9.81, -9.42, -9.00, -8.61	id.	id.
	12	1.0590, 1.0596, 1.0603, 1.0609	id.	id.	-11.44, -11.01, -10.55, -10.13	id.	id.
	19	1.0263, 1.0275, 1.0288, 1.0300	id.	id.	-13.32, -12.85, -12.36, -11.89	id.	id.
	30	0.9908, 0.9925, 0.9943, 0.9960	id.	id.	-14.70, -14.20, -13.68, -13.18	id.	id.

Tabela 3. Tensões e ângulos para algumas barras - Carga nominal.

Met.	k	\tilde{V}	V		$\tilde{\theta}$	θ	
		(V^1, V^2, V^3, V^4)	min	max	$(\theta^1, \theta^2, \theta^3, \theta^4)$	min	max
<i>DR</i>	7	0.9934, 0.9937, 0.9939, 0.9942	0.9947	0.9929	-15.37, -14.78, -14.14, -13.56	-14.00	-14.93
	12	1.0415, 1.0422, 1.0428, 1.0434	1.0439	1.0410	-17.91, -17.27, -16.60, -15.96	-16.44	-17.44
	19	0.9882, 0.9892, 0.9903, 0.9913	0.9927	0.9868	-20.85, -20.15, -19.41, -18.71	-19.20	-20.37
	30	0.9403, 0.9414, 0.9426, 0.9438	0.9466	0.9374	-23.29, -22.55, -21.75, -21.01	-21.44	-22.87
<i>Mn3</i>	7	0.9928, 0.9935, 0.9941, 0.9948	id.	id.	-15.39, -14.79, -14.14, -13.55	id.	id.
	12	1.0408, 1.0419, 1.0430, 1.0441	id.	id.	-17.94, -17.29, -16.59, -15.94	id.	id.
	19	0.9867, 0.9887, 0.9907, 0.9927	id.	id.	-20.87, -20.16, -19.41, -18.70	id.	id.
	30	0.9379, 0.9406, 0.9433, 0.9460	id.	id.	-23.32, -22.56, -21.75, -21.00	id.	id.

Tabela 4. Tensões e ângulos para algumas barras - Carga 150% nominal.

Rodrigues, A. B., Saavedra, O. R. (1997), "Fluxo De Potência Desacoplado Rápido Versão B-X: Aspectos Matriciais e Aproximações", Anais do III Congresso Latino-Americano de Geração e Transmissão de Energia Elétrica, Vol. 2, pp. 625-630, Campos de Jordão, Brasil.

A Método de Newton resolvido em três passos

Para determinar a distribuição de possibilidades para tensões e ângulos, é utilizado o método de Newton, porém resolvido de maneira desacoplada em três passos (Monticelli, A., Garcia, A. V., Saavedra, O. R., 1990) (Rodrigues, A. B., Saavedra, O. R., 1997):

Passo i: Correção temporária para os ângulos

$$\Delta\theta_H = [B']^{-1}\Delta P(V_d, \theta_d) \quad (18)$$

Passo ii: Correções para o módulo das tensões

$$\Delta V = [B'']^{-1}[\Delta Q(V_d, \theta_d) - M\Delta\theta_H] \quad (19)$$

Passo iii: Correções adicionais para ângulos

$$\Delta\theta_N = -[B']^{-1}N\Delta V \quad (20)$$

$$\Delta\theta = \Delta\theta_N + \Delta\theta_H \quad (21)$$

$$\begin{aligned} V &\leftarrow V + \Delta V \\ \theta &\leftarrow \theta + \Delta\theta \end{aligned}$$

Onde a correção final da iteração é dada por ΔV e $\Delta\theta$. Note-se que a correção dos ângulos é calculada em duas etapas. O resultado desta iteração corresponde, de maneira aproximada, a uma iteração do Método de Newton. O grau de aproximação está na utilização das matrizes B' e B'' no lugar de H e L_{eq} (A. Monticelli, A. V. Garcia, O. R. Saavedra, 1990). O acoplamento entre os sub-problemas ativo e reativo, que pode chegar a ser significativo em sistemas de distribuição, é representado pelas matrizes de acoplamento M e N . Apesar destas serem função de (V, θ) , o impacto computacional não é significativo, pois uma grande percentagem das expressões são comuns ao cálculo de P e Q , que são disponíveis a cada iteração.