CINEMÁTICA E LOCALIZAÇÃO EM ROBÓTICA TERRESTRE USANDO MÚLTIPLOS ENCODERS

Renato José Martins[§,*], Samuel Siqueira Bueno[*], Luiz G. Bizarro Mirisola[†], Ely Carneiro de Paiva[‡], Paulo A. Valente Ferreira[§]

[*] *Centro de Tecnologia da Informação Renato Archer - CTI*
Divisão de Robótica e Visão Computacional - DRVC
Campinas, São Paulo, Brasil

[†] *Universidade Federal do ABC - UFABC*
Centro de Matemática, Computação e Cognição - CMCC
Santo André, São Paulo, Brasil

[‡] *Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP*
Faculdade de Engenharia Mecânica - FEM
Campinas, São Paulo, Brasil

[§] *Universidade Estadual de Campinas - UNICAMP*
Faculdade de Engenharia Elétrica e de Computação - FEEC
Campinas, São Paulo, Brasil

Emails: `renato.martins@cti.gov.br`, `samuel.bueno@cti.gov.br`, `luiz.mirisola@ufabc.edu.br`, `elypaiva@fem.unicamp.br`, `valente@dt.fee.unicamp.br`

Abstract— Robot localization (pose) in outdoor environments is the basis for control and autonomous navigation strategies. Among the multitude of sensory sources and methods, for wheeled robots, simple odometry is one of most widely used methods, but it is subject to cumulative errors. This paper proposes a new localization methodology that optimizes, in a least squares sense, the information gathered from multiple encoders (from four wheels and steering) mounted in an outdoor robotic vehicle. Previously, the article reviews formulations of various kinematic vehicle models and theirs simplifications, and the resulting localization methodologies. The methods are validated and compared using simulated and experimental data.

Keywords— Localization, Sensor Redundancy, Odometry, Outdoor Robotics.

Resumo— A determinação da localização (*pose*) de um robô em ambiente externo constitui a base para as estretégias de controle e navegação autônoma. Dentre a multitude de fontes sensoriais e métodos, para robôs com rodas, a odometria simples é um dos métodos mais usados, embora sujeito a erros cumulativos. Esse artigo propõe uma nova metodologia de localização que otimiza, no sentido dos mínimos quadrados, as informações provenientes de múltiplos encoders (das quatro rodas e de direção) montados em um veículo robótico terrestre. Previamente, o artigo revê as formulações da cinemática do veículo, suas simplificações e as metodologias de localização resultantes. As metodologias são validadas e comparadas usando-se dados simulados e experimentais.

Palavras-chave— Localização, Redundância de Sensores, Odometria, Robótica de Exterior.

1 Introdução

O problema da navegação robótica autônoma em ambientes externos (*outdoor*) apresenta ainda grandes desafios no contexto científico atual. Neste cenário, conhecer a localização precisa do robô (ou estimar adequadamente a imprecisão) é tarefa primordial. A determinação da *pose* (posição e orientação) do robô pode ser fornecida por diferentes métodos, desde utilizando sensores proprioceptivos elementares como encoders nas rodas e direção, sensores inerciais (*Inercial Measurement Unity* - IMU), sensores absolutos (GPS), como também usando sensores externoceptivos (sonares, câmeras, lasers); até a combinação (fusão) dessas diferentes fontes sensoriais.

Embora exista uma grande variedade de metodologias para a estimação da *pose*, a odometria simples é, sem dúvida, um dos métodos de localização mais utilizados em estruturas de locomoção a rodas. No entanto, erros de dimencionamento, escorregamentos, imperfeições na superfície de contato pneu-solo (erros sistemáticos) e comportamentos singulares (ocasionais) fazem com que a *pose* se torne consideravelmente imprecisa após alguns metros de deslocamento, principalmente no que tange à orientação do robô (*heading*). Além disso a odometria pressupõe planaridade do movimento.

Várias metodologias de calibração e estimação são apresentadas na literatura visando reduzir/estimar estas imprecisões. Uma metodologia simples para a correção da orientação é apresentada em (Borenstein and Feng, 1996), em que as medidas de *heading* de uma IMU são utilizadas heuristicamente para reduzir a divergência da orientação diferencial (sem algoritmos de filtragem ou otimi-

zação). Em (Tur et al., 2005), um processo de estimação consistente da evolução dos erros cometidos por um modelo diferencial é proposto. Uma metodologia de calibração para as dimensões do veículo (rodas e ângulos de direção) de um minimodelo é apresentada em (Lee and Chung, 2008) utilizando uma câmera (aplicável para robôs de pequena dimensão).

Este trabalho tem por objetivo desenvolver estratégias de localização aplicados à um veículo de quatro rodas com acionamento independente nas rodas traseiras e dirigibilidade assegurada pelas rodas dianteiras. Primeiramente é apresentada a modelagem cinemática comumente empregada para um veículo quatro rodas com direção tipo *Ackerman*, e as conversões/restrições nas diferentes etapas de observação e atuação para que esta modelagem seja válida. É colocado também que, satisfeitas estas restrições (apresentadas oportunamente nas seções seguintes), os modelos tipo triciclo/bicicleta/diferencial são equivalentes.

Finalmente, como maior contribuição do trabalho, é apresentada uma nova metodologia de otimização para o cálculo da odometria, explorando a redundância entre os encoders das quatro rodas e o da direção, de forma a minimizar os erros sistemáticos/ocasionais envolvidos e obter uma localização mais precisa que a odometria diferencial. Este procedimento é tratado em (Bonnifait et al., 2001) mas utilizando uma aproximação calcada em Filtro de Kalman Estendido (EKF). Neste trabalho, a formulação é linear, permitindo uma solução exata e muito mais simples.

As estratégias são validadas e comparadas com dados experimentais obtidos a partir do veículo elétrico do projeto VERO (VEículo RObótico de Exterior) (Bueno et al., 2009) (Mirisola et al., 2011) e são apresentados gradativamente ao longo do manuscrito.

2 Modelagem Cinemática e Conversões entre Modelos

A evolução do ponto **P** (ver figura 1) pode coincidir para o modelo quatro rodas, triciclo e bicicleta (que apresenta a estrutura mais simples entre os três modelos citados), com a notação dada na Tabela 1:

$$\begin{bmatrix} \dot{x}(t) \\ \dot{y}(t) \\ \dot{\theta}(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos\theta(t) \\ \sin\theta(t) \\ \frac{\tan\psi(t)}{L} \\ 0 \end{bmatrix} v(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} v_\psi(t) \quad (1)$$

Para que esta modelagem seja válida, duas restrições desenvolvidas nas seções 2.1 e 2.2, devem ser satisfeitas:

- Conversão do ângulo das rodas no ângulo da direção, obedecendo simultaneamente a condição de *Ackerman*;
- Diferencial eletrônico que calcula adequadamente os comandos de velocidades para as rodas traseiras.

As passagens entre cada modelo, devem ser feitas de tal meneira que os parâmetros seguintes encontrados garantam a consistência do modelo anterior. Assim, o ângulo da direção permite representar o modelo inicial com quatro rodas em um triciclo e o diferencial permite representar o modelo triciclo em um modelo bicicleta, este por sua vez é de facil parametrização e amplamente estudado em situações de controle de trajetória. Calculadas as leis de controle, tem-se a velocidade a frente v e o ângulo ψ, e a atuação é realizada usando as transformações inversas para cada modelo.

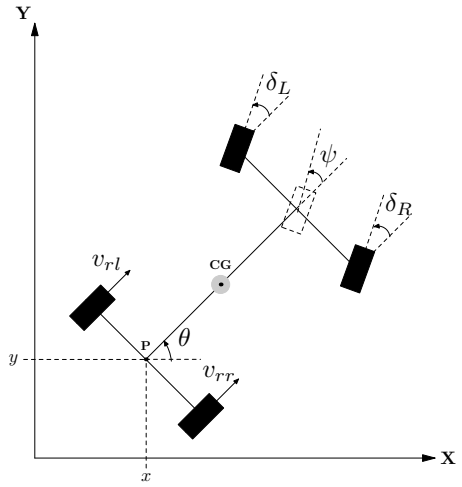

Figura 1: Conversão entre veículo quatro rodas no modelo triciclo.

2.1 *Ângulo da Direção a partir de um modelo quatro rodas*

A passagem entre um modelo completo de quatro rodas para um triciclo realiza-se com o cálculo de

Tabela 1: Notação e Parâmetros Geométricos do Veículo

P	centro do eixo das rodas traseiras.
CG	centro de gravidade do veículo.
(x_{cir}, y_{cir})	coord. centro de rotação instantâneo - **CIR**.
ψ	ângulo da direção.
θ	orientação.
δ_L, δ_R	ângulos rodas esquerda e direita.
v	veloxidade no ponto **P**.
v_{rl}, v_{rr}	velocidade rodas traseiras esquerda e direita.
v_{fl}, v_{fr}	velocidade rodas dianteiras esquerda e direita.
v_ψ	velocidade do ângulo de direção.
D	distância entre as rodas.
L	distância entre os eixos.
$\Gamma(\alpha)$	$= \left[1 + \frac{D}{2L}\tan(\alpha)\right]$.
$\bar{\Gamma}(\alpha)$	$= \left[1 - \frac{D}{2L}\tan(\alpha)\right]$.

ψ a partir de δ_L e δ_R. Assim, o sistema de direção do veículo pode ser representado (sem perda de generalidade) por uma roda virtual no centro do eixo dianteiro ligando as duas rodas. Este ângulo não é necessariamente igual a δ_L e/ou δ_R (com excessão para o caso $\psi = 0$ em que $\delta_L = \delta_R = 0$). A figura 2 apresenta o esquema geométrico-analítico para o cálculo de ψ a partir de δ_L e δ_R. A solução do problema é apresentada no Teorema 1.

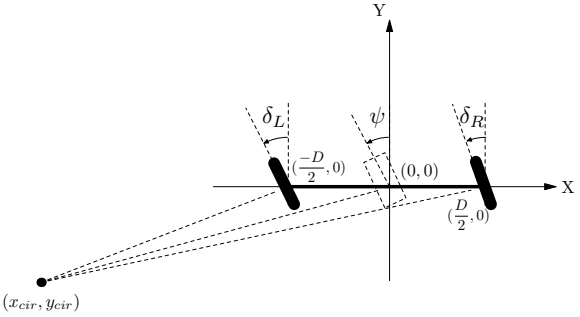

Figura 2: Configuração para o cálculo do ângulo da direção ψ a partir dos ângulos das duas rodas.

Teorema 1 *O ângulo da roda virtual ψ da direção do triciclo, válido para uma configuração qualquer das rodas (sem obedecer necessariamente a condição de Ackerman), baseado no ângulo da roda esquerda δ_L e direita δ_R é dado por*

$$\psi = \arctan\left\{\frac{2\tan(\delta_L)\tan(\delta_R)}{\tan(\delta_L)+\tan(\delta_R)}\right\} \tag{2}$$

Prova: As coordenadas do **CIR**, são obtidas a partir da encontro das retas passando pelas duas rodas, mostrado na figura 2:

$$x_{CIR} = D\frac{\tan(\delta_L)+\tan(\delta_R)}{2(\tan(\delta_L)-\tan(\delta_R))}$$

$$y_{CIR} = \frac{D\tan(\delta_L)\tan(\delta_R)}{\tan(\delta_R)-\tan(\delta_L)}$$

Usando as coordenadas do **CIR** e o ponto $(0,0)$ obtem-se o coeficiente da reta coincidente à roda virtual

$$\frac{1}{\tan(\psi)} = \frac{\tan(\delta_L)+\tan(\delta_R)}{2\tan(\delta_L)\tan(\delta_R)}$$

□

A relação (2) permite também verificar a sensibilidade de ψ para pequenas variações de δ_L e δ_R. Um conceito importante é que o ângulo ψ calculado, no caso de um veículo quatro rodas, pode não garantir a realização de um movimento sem deslizamentos, uma vez a relação que acopla os ângulos das rodas com as dimensões do veículo deve obedecer simultaneamente a condição de *Ackerman*.

2.1.1 Condição de *Ackerman* e Calibração da Direção

A calibração consiste em determinar os ângulos (δ_L e δ_R) de cada roda, calcular o ângulo da roda virtual pela relação (2) e relacioná-lo com a leitura do encoder de direção. A figura 3 apresenta o esquema experimental realizado, com dois lasers fixados nas rodas.

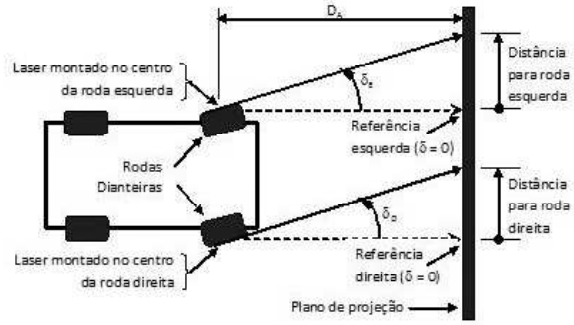

Figura 3: Esquema para a calibração da direção usando os ângulos δ_E e δ_R.

Com os valores obtidos de ψ, pode-se verificar se a condição de *Ackerman* (3) é válida. Esta condição estabelece uma relação de acoplamento entre a geometria do veículo e os ângulos de cada roda para a consistência do movimento. A restrição no caso *Ackerman* é em geral de natureza mecânica sendo facilmente deduzida a partir da geometria da direção do veículo ao realizar uma curva. Ou seja, δ_L e δ_R devem obedecer à relação

$$\cot(\delta_R) - \cot(\delta_L) = \frac{D}{L} \tag{3}$$

Substituindo (3) em (2), pode-se estabelecer as relações entre os ângulos realizados pelas rodas e o ângulo da direção (ψ) da roda virtual, para que o veículo realize uma curva sem derrapagem, resultando em (4).

$$\begin{aligned} \psi(\delta_L) &= \arctan\left(\frac{\tan(\delta_L)}{\Gamma(\delta_L)}\right) \\ \psi(\delta_R) &= \arctan\left(\frac{\tan(\delta_R)}{\bar{\Gamma}(\delta_R)}\right) \end{aligned} \tag{4}$$

Caso os valores obtidos em ψ, $\psi(\delta_L)$ e $\psi(\delta_R)$ tenham uma diferença significativa, o alinhamento das rodas e/ou o valor das dimensões empregados em (3) devem ser ajustados; ou então a configuração mecânica da direção não é do tipo *Ackerman*.

2.1.2 Uma aproximação candidata para o cálculo de ψ

Uma aproximação intuitiva para o cálculo de ψ a partir de δ_L δ_R seria a média simples dada por:

$$\begin{aligned} \psi_a &= (\delta_L + \delta_R)/2 \\ &= \frac{1}{2}\left[\arctan\left(\frac{\tan(\psi)}{\bar{\Gamma}(\psi)}\right) + \arctan\left(\frac{\tan(\psi)}{\Gamma(\psi)}\right)\right] \end{aligned} \tag{5}$$

A expressão (5) pode ser obtida a patir de (4). Definindo a função erro ψ_{er} entre o ângulo ψ real e a aproximação ψ_a tem-se:

$$\psi_{er}(\psi) = |\psi - \psi_a| \tag{6}$$

Para as dimensões do veículo do projeto VERO o erro da aproximação dado pela equação (6) nos intervalos $\psi \in [-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}]$ é pequeno quando $\delta_L \approx \delta_R$, ou seja, $\psi \approx 0$ e a aproximação poderia ser usada. No entanto, o erro ψ_{er} (6) pode chegar a 2.7 graus nos valores extremos de ψ, sendo um erro considerável (figura 4) e, portanto, a expressão exata (4) deve ser usada.

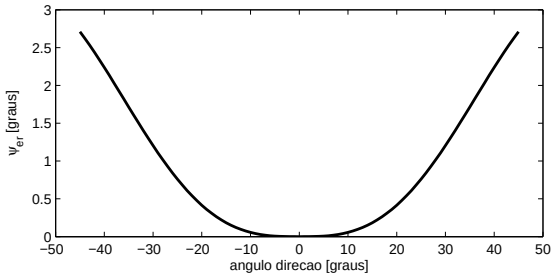

Figura 4: Erro no cálculo de ψ usando (6) para o intervalo $[-\pi/4, \pi/4]$.

2.2 Diferencial Eletrônico

O cálculo do diferencial eletrônico (Lema 2) se torna necessário uma vez que, ao realizar uma curva, a roda interna deve girar com velocidade menor que a roda externa. Garantindo-se a consistência do diferencial de velocidade entre as rodas traseiras, a consistência das rodas dianteiras é automaticamente assegurada.

Lema 2 *Dada a velocidade à frente v e ângulo ψ, as velocidades de cada roda são*

$$v_{rl} = v\ \bar{\Gamma}(\psi) \quad e \quad v_{rr} = v\ \Gamma(\psi) \tag{7}$$

Prova: O diferencial eletrônico pode ser deduzido a partir da velocidade angular de giro do veículo $\dot{\theta}$ e a velocidade tangencial das rodas na circunferência interior e exterior que cada roda realiza:

$$\dot{\theta} = \begin{cases} \dfrac{v_{rr}}{L\Gamma(\psi)} \\ \\ \dfrac{v_{rl}}{L\bar{\Gamma}(\psi)} \end{cases} \tag{8}$$

Pela redundância apresentada em (8), uma vez que a velocidade angular do veículo é única, tem-se:

$$v_{rr} = v_{rl}\left[\frac{\Gamma(\psi)}{\bar{\Gamma}(\psi)}\right] \tag{9}$$

Dada a velocidade para frente v e ângulo de direção ψ (após a calibração), temos

$$v = \frac{v_{rr} + v_{rl}}{2} \tag{10}$$

Substuindo (9) em (10) obtem-se

$$v_{rl} = \frac{2v}{\left(1 + \dfrac{\Gamma(\psi)}{\bar{\Gamma}(\psi)}\right)}$$

que desenvolvendo resulta em (7). □

3 Estimação da *pose* Usando Encoders nas Rodas e na Direção

A localização do veículo pode ser feita utilizando-se a odometria das rodas, ou seja, medindo-se o número de rotações efetuadas por cada roda e consequentemente as respectivas distâncias percorridas. O sistema de coordenadas global bem como os referenciais adotados podem ser vistos na figura 1. A evolução da *pose* entre dois instantes pode ser facilmente determinada geometricamente, dado a distância $\triangle d$ percorrida pelo ponto **P** e a variação na orientação $\triangle\theta$:

$$\begin{bmatrix} x_{k+1} \\ y_{k+1} \\ \theta_{k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_k + \triangle d\ \mathrm{sinc}(\frac{\triangle\theta}{2})\cos(\theta_k + \frac{\triangle\theta}{2}) \\ \\ y_k + \triangle d\ \mathrm{sinc}(\frac{\triangle\theta}{2})\sin(\theta_k + \frac{\triangle\theta}{2}) \\ \\ \theta_k + \triangle\theta \end{bmatrix} \tag{11}$$

em que $\mathrm{sinc}(x) = \dfrac{\sin(x)}{x}$, $\triangle d = v\triangle T$, e $\triangle T$ é o período de amostragem . Esta mesma expressão pode ser obtida também analiticamente a partir de (1). Devido à alta taxa de amostragem dos encoders ($50Hz$), tem-se que $\triangle\theta \approx 0$ e assim $\mathrm{sinc}(\triangle\theta/2) \approx 1$; essa aproximação será usada na implementação. Além disso, discretizando (1) com a transformação à frente de Euler, obtem-se o modelo (11) com a simplificação adicional de $\triangle\theta/2 = 0$.

As entradas $\triangle d$ e $\triangle\theta$ do modelo podem ser obtidas a partir dos deslocamentos efetuados por cada roda. Considerando-se o caráter diferencial das rodas traserias (introduzido na seção (2.2)) obtem-se o modelo de odometria diferencial dado pelas relações:

$$\triangle d = \frac{(\triangle d_{rr} + \triangle d_{rl})}{2} \text{ e } \triangle\theta = \frac{(\triangle d_{rr} - \triangle d_{rl})}{D} \tag{12}$$

Fica assim evidente que, a partir dos dois encoders nas rodas traseiras, é possível obter a *pose* do veículo. Utilizando o encoder da direção (garantida pela transformação entre os ângulos de cada roda no modelo triciclo) obtem-se outra relação para a variação de *heading*, com $\triangle d$ calculado em (12)

$$\triangle\theta = \frac{(\triangle d_{rr} + \triangle d_{rl})}{2L}\tan(\psi) \tag{13}$$

Considerando por outro lado os encoders das rodas dianteiras e o encoder de direção obtem-se

também outras relações:

$$\begin{aligned}\triangle d &= \frac{\triangle d_{fl}\sin(\delta_L)}{\tan(\psi)} = \frac{\triangle d_{fr}\sin(\delta_R)}{\tan(\psi)} \\ &= \frac{\triangle d_{fr}\cos(\delta_R) + \triangle d_{fl}\cos(\delta_L)}{2} \qquad (14) \\ \triangle\theta &= \frac{\triangle d_{fl}\sin(\delta_L)}{L} = \frac{\triangle d_{fr}\sin(\delta_R)}{L}\end{aligned}$$

As equações em (12)(13)(14), podem ser descritas em 5 funções dependentes de $\triangle d$ e $\triangle\theta$ como:

$$\begin{cases} \tan(\psi) &= L\dfrac{\triangle\theta}{\triangle d} \\ \triangle d_{rr} &= \dfrac{2\triangle d + D\triangle\theta}{2} \\ \triangle d_{rl} &= \dfrac{2\triangle d - D\triangle\theta}{2} \\ \triangle d_{fr} &= \dfrac{2\triangle d + D\triangle\theta}{2\cos(\delta_R)} \\ \triangle d_{fl} &= \dfrac{2\triangle d - D\triangle\theta}{2\cos(\delta_L)} \end{cases} \qquad (15)$$

Tem-se assim um sistema de equações sobredeterminado não-linear, na forma, $y_i = \mathbf{H}_i(\triangle d, \triangle\theta)$. A primeira equação, não-linear, pode ser facilmente reescrita de maneira a obter um sistema de equações lineares:

$$\begin{cases} 0 &= y_1\triangle d - L\triangle\theta + m_1 \\ y_2 &= (2\triangle d + D\triangle\theta)/2 + m_2 \\ y_3 &= (2\triangle d - D\triangle\theta)/2 + m_3 \\ y_4 &= (2\triangle d + D\triangle\theta)/(2\cos(\delta_R)) + m_4 \\ y_5 &= (2\triangle d - D\triangle\theta)/(2\cos(\delta_L)) + m_5 \end{cases} \qquad (16)$$

em que m_i é uma variável aleatória (V.A) com distribuição normal, representando a incerteza de cada medida. A minimização do erro quadrático ($\mathbf{e}$) ponderado é usado como critério para a solução do sistema:

$$\mathbf{J} = \min \frac{1}{2}\mathbf{e}^T\mathbf{M}\mathbf{e}\ , \quad \mathbf{e} = \mathbf{z} - \mathbf{H}\hat{\mathbf{\Phi}} \qquad (17)$$

Ou seja

$$\hat{\mathbf{\Phi}} = \underset{\phi_1,\phi_2}{\operatorname{argmin}} \sum_{i=1}^{5} \|z_i - \mathbf{H}_i\mathbf{\Phi}\|^2_{\mathbf{M}} \qquad (18)$$

Em que

- $\mathbf{\Phi} = [\phi_1\ \phi_2]^T = [\triangle d\ \triangle\theta]^T$;
- $\mathbf{H}_1 = [y_1\ -L]$, $\mathbf{H}_2 = \mathbf{H}_4 = [1\ D/2]$ e $\mathbf{H}_3 = \mathbf{H}_5 = [1\ -D/2]$;
- $z_1 = 0$; $z_2 = z_3 = y_i$ para $i = 2, 3$; $z_4 = y_4\cos(\delta_R)$ e $z_5 = y_5\cos(\delta_L)$.

Tem-se como solução a expressão:

$$\hat{\mathbf{\Phi}} = \left[\mathbf{H^T}\ \mathbf{MH}\right]^{-1}\mathbf{H^T}\mathbf{Mz} \qquad (19)$$

conhecida como Estimador de *Markov* ou Mínimos Quadrados Ponderados. Esse estimador é não-polarizado ($\mathbb{E}\{\hat{\mathbf{\Phi}}\} = \mathbf{\Phi}$) desde que as hipóteses de que a média dos ruídos seja nula ($\mathbb{E}\{m_i\} = 0$) e não sejam correlacionadas entre si ($\mathbb{E}\{m_i m_j\} = 0$ para $i \neq j$). Uma vez que cada uma das leituras $y_i, i \leq 5$ são obtidas por sensores diferentes, a hipótese de que os ruídos não são correlacionados pode ser empregada. Na implementação utiliza-se uma matriz de ponderação diagonal $\mathbf{M}$ inversamente proporcional à variância de cada medida, tal que:

$$\mathbf{M} = \operatorname{diag}\left(\eta_1^{-2}, \eta_2^{-2}, \eta_3^{-2}, \eta_4^{-2}, \eta_5^{-2}\right) \qquad (20)$$

onde $\eta_i^2 = \mathbb{E}\{m_i^2\}$. Uma vez estimados $(\triangle d, \triangle\theta)$, a evolução da *pose* entre dois instantes (k) e $(k+1)$ pode ser obtida a partir do modelo de evolução (11). Portanto, esta estratégia explora a multiplicidade de informações advindas dos quatro encoders das rodas e da direção, segundo um critério de otimalidade quadrático. Nota-se que a pseudo-inversa em (19) pode ser calculada analiticamente, justificando a simplicidade computacional e algorítmica do sistema proposto em relação a outras abordagens que usam o EKF, como em (Bonnifait et al., 2001).

4 Resultados: Simulações e Experimentos

Para a validação da metodologia, em um primeiro momento, foi construído um simulador cinemático que, dado v e ϕ, e acrescentando perturbações gaussianas nos encoders das rodas e da direção, determina as distâncias percorridas por cada roda. Uma realização de simulação é mostrada na figura 5 para um ϕ constante (idealmente uma trajetória circular, de duas voltas) enquanto que a figura 6 apresenta os erros de orientação obtidos. Percebe-se a divergência do modelo diferencial - dado pelas relações em (12) - e o melhor desempenho da metodologia proposta - resultante da equação (19).

Para a parte experimental foi utilizado o veículo elétrico do projeto VERO, enquanto realizava duas voltas em um percurso retangular sob controle de trajetória (Mirisola et al., 2011). Considera-se como referência a trajetória do GPS, apesar da sua imprecisão (*Circular Error Probability* - CEP = 5m), por não se dispor de *ground truth*. As figuras 7 e 8 mostram o melhor resultado da odometria calculada usando a redundância dos encoders em comparação à odometria diferencial. Isto é mais evidente principalmente em relação à orientação do veículo (figura 8), na qual os erros de orientação em relação ao GPS são, no geral, inferiores a $7\,^\circ$.

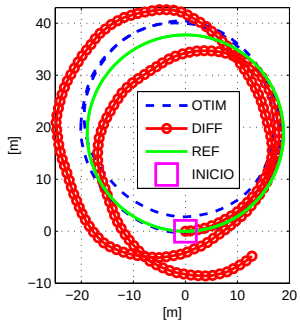

Figura 5: Simulação de odometria: referência circular (verde), diferencial (vermelho) e otimizada (azul).

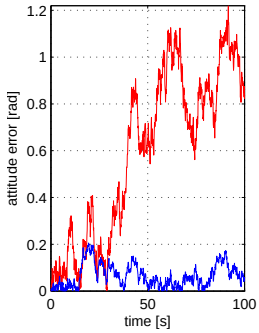

Figura 6: Erros de orientação: para odometria diferencial (vermelho) e para odometria otimizada (azul).

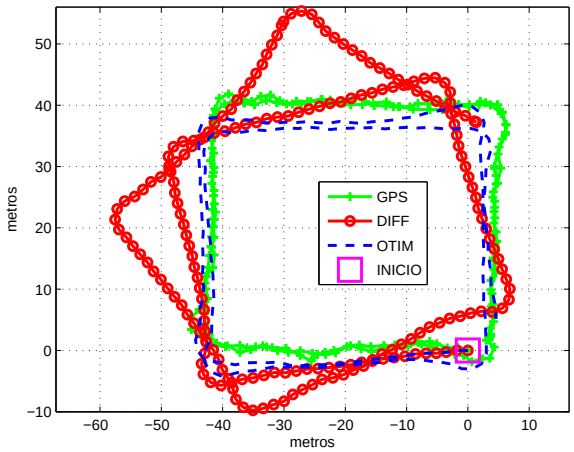

Figura 7: Trajetórias usando dados experimentais: odometria diferencial (vermelho), odometria quatro rodas + direção (azul) e GPS (verde).

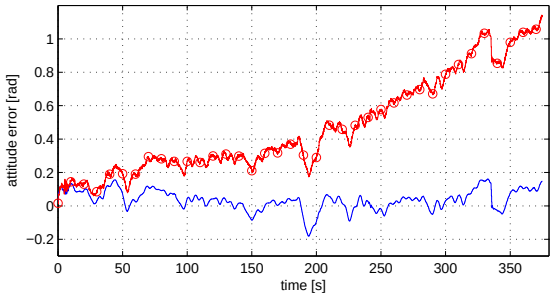

Figura 8: Erro orientação: odom. diferencial (vermelho), odometria otimizada (azul).

5 Conclusões

Este trabalho propôs uma metodologia inovadora para a determinação da *pose* de um veículo robótico em ambiente externo. A informação proveniente de múltiplos encoders é utilizada em um processo de otimização por mínimos quadrados. Além da simplicidade de implementação, a metodologia desenvolvida provê um melhor desempenho em relação às estratégias convencionais de odometria, principalmente no que tange à orientação do veículo. A fusão entre esta metodologia e GPS é tratada em (Martins et al., 2011).

Discutiu-se também a modelagem cinemática de um veículo de quatro rodas com direção tipo *Ackerman* e as restrições que devem ser satisfeitas para que esta modelagem e suas simplificações (triciclo, bicicleta e diferencial) sejam válidas.

Agradecimentos

Os autores agradecem os financiamentos do programa PCI-CTI/MCT (551022/2011 – 6) e dos projetos NAGUIVA (490722/2010 – 5 - CNPq/FCT - Portugal) e INCT-SEC (573963/2008 – 8 - CNPq e 08/57870 – 9 - FAPESP), bem como a atuação de Douglas Figueiredo e Tiago Tarossi no veículo e seus sistemas, e aos pesquisadores do projeto VERO.

Referências

Bonnifait, P., Bouron, P., Crubillé, P. and Meizel, D. (2001). Data fusion of four ABS sensors and GPS for an enhanced localization of car-like vehicles, *IEEE International Conference on Robotics and Automation*.

Borenstein, J. and Feng, L. (1996). Gyrodometry: A new method for combining data from gyros and odometry in mobile robots, *International Conference on Robotics and Automation*.

Bueno, S., Azevedo, H., Mirisola, L., Paiva, E. D., Ramos, J., Victorino, A. and Azinheira, J. (2009). Uma plataforma para pesquisa e desenvolvimento em robótica terrestre de exterior, *IX Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, Brasília-DF, Brasil.

Lee, K. and Chung, W. (2008). Calibration of kinematic parameters of a car-like mobile robot to improve odometry accuracy, *International Conference on Robotics and Automation*.

Martins, R. J., Bueno, S. S., Mirisola, L. G. B., de Paiva, E. C. and Ferreira, P. A. V. (2011). Localização em robótica terrestre: Fusão entre odometria por múltiplos encoders e GPS, *X Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, São João del-Rei, Brasil.

Mirisola, L., Azevedo, H., Ramos, J., Bueno, S., Azinheira, J. and de Paiva, E. (2011). Validação experimental de um veículo robótico terrestre para ambientes externos, *X Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente*, São João del-Rei, Brasil.

Tur, J. M. M., Gordillo, J. L. and Borja, C. A. (2005). A closed-form expression for the uncertainty in odometry position estimate of an autonomous vehicle, *IEEE Transactions on Robotics* **21**(5): 1017–1022.