

# EFICÁCIA DE UM COMPUTADOR QUÂNTICO NA EXECUÇÃO DO ALGORITMO DE CODIFICAÇÃO SUPERDENSE

Bianca Magalhães Castriotto<sup>1</sup>, Roberto Baginski Batista Santos<sup>2</sup>  
<sup>1</sup> Departamento de Engenharia Elétrica, Centro Universitário FEI  
<sup>2</sup> Departamento de Física, Centro Universitário FEI  
 bianca.mc99@hotmail.com, rsantos@fei.edu.br

**Resumo:** Neste trabalho, foi realizada uma avaliação experimental da eficácia de um computador quântico ao executar as portas quânticas necessárias para a codificação superdensa. Os resultados obtidos indicam que o processador quântico de cinco qubits ibmqx2 da IBM executa as portas  $X$ ,  $H$ ,  $cX$  e  $cZ$  com eficácia. A medição dos estados de Bell confirma que o computador quântico é capaz de criar estados emaranhados com alta fidelidade enquanto realiza a codificação superdensa com fidelidade intermediária.

## 1. Introdução

O vasto poder da computação quântica vem de sua eficiência em processar simultaneamente todas as permutações de  $n$  bits de forma em um circuito lógico, fazendo com que os problemas de tentativa e erro da computação clássica tornem-se triviais. Por isso, a computação quântica representa uma promessa para a resolução eficiente de alguns problemas considerados intratáveis na computação clássica [1].

Um modelo simples para a computação quântica é baseado em bits quânticos (qubits) capazes de representar informação como uma superposição

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \quad (1)$$

dos estados  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$  que são classicamente distinguíveis e formam a base computacional [1]. O processo de medição leva o qubit do estado  $|\psi\rangle$  para os estados  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$  com probabilidade  $|\alpha|^2$  e  $|\beta|^2$ , respectivamente [1]. Enquanto estiver em uma superposição, o qubit não possui propriedades classicamente bem definidas.

O processamento da informação é realizado por portas quânticas, que são processos de interação capazes de alterar de modo controlado o estado dos qubits [1]. Para que o resultado da computação seja confiável, é necessário que as portas quânticas apresentem uma taxa de erros baixa.

Algumas portas quânticas como a porta  $X$ , que realiza o bit flip  $|0\rangle \leftrightarrow |1\rangle$ , possuem um análogo clássico, mas portas como  $H$ , que produz superposições quânticas a partir dos estados  $|0\rangle$  e  $|1\rangle$ ,  $cX$ , que aplica  $X$  ao qubit alvo se o qubit de controle estiver em  $|1\rangle$  ou  $cZ$ , que altera o sinal da componente  $|1\rangle$  na superposição  $|\psi\rangle$  do qubit alvo em função do estado do qubit de controle, só existem na computação quântica.

O emaranhamento entre dois qubits é uma característica exclusiva da computação quântica e corresponde a uma correlação entre os resultados que podem ser obtidos na medição do primeiro e do segundo qubits, ainda que os resultados das medições individuais sejam puramente aleatórios [1].

Neste trabalho, avaliamos a eficácia do computador quântico ibmqx2 da IBM na execução da codificação

superdensa, um algoritmo que permite que uma parte (Alice) transmita uma mensagem de dois bits a outra parte (Bob) com envio de um qubit, desde que as partes compartilhem previamente um estado emaranhado [2]. O acesso ao processador de cinco qubits é feito em uma plataforma baseada na nuvem.

## 2. Metodologia

A figura 1a ilustra a codificação superdensa. Inicialmente, é produzido o estado de Bell

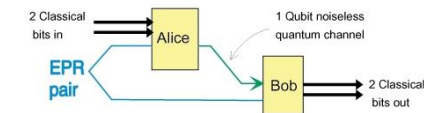
$$|\beta_{00}\rangle = (|0_A 0_B\rangle + |1_A 1_B\rangle)/\sqrt{2} \quad (2)$$

que é um estado emaranhado de dois qubits. Um dos qubits do par fica inicialmente em poder de Alice enquanto o outro fica em poder de Bob, como mostra a figura 1b.

Em seguida, Alice faz os qubits em que a mensagem (par de bits  $x_1 x_0 = 00, 01, 10$  ou  $11$ ) está codificada interagirem com o qubit do par emaranhado que está em seu poder, modificando-o por meio da ação das portas controladas  $cX$  e  $cZ$ . Os qubits originais não são afetados.

Então, Alice envia a Bob apenas o qubit que era parte do estado emaranhado, mantendo consigo os dois qubits da mensagem original. Bob decodifica a mensagem aplicando as portas  $cX$  e  $H$  e realizando a medição dos dois qubits que estão em seu poder.

(a)



(b)

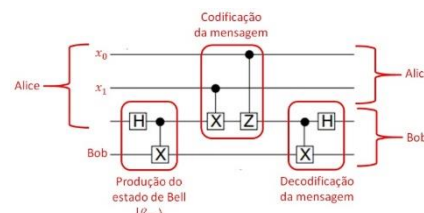


Figura 1: (a) Ilustração da codificação superdensa e (b) circuito quântico para realização da codificação superdensa. Fontes: (a) ref. [2]; (b) autoria própria, adaptada da ref. [2].

A codificação superdensa mostra como estados emaranhados podem aumentar a capacidade de comunicação entre duas partes.

Em todos os casos, Alice executa apenas operações locais, que não são capazes de afetar o qubit que está em poder de Bob, mas que alteram o estado compartilhado com Bob, isto é, alteram a informação quântica oculta no estado emaranhado. Em momento algum, Bob tem acesso aos qubits de Alice que contêm a mensagem  $x_1 x_0$ .

A codificação superdensa também pode ser usada como uma forma simples de comunicação quântica

segura porque se uma terceira parte interceptar o qubit enviado de Alice para Bob, não conseguirá decodificar a mensagem sem ter acesso ao qubit que estava com Bob desde antes da mensagem ter sido codificada por Alice. A necessidade de ter os dois qubits para decodificar as informações enviadas elimina o risco de interceptadores conseguirem descobrir a mensagem [2].

Como a codificação superdensa usa as portas quânticas  $X$ ,  $H$ ,  $cX$  e  $cZ$ , foram realizados testes para avaliar a eficácia da execução destas portas no processador ibmqx2. Cada teste foi repetido 1024 vezes para permitir avaliar as probabilidades de obtenção dos resultados com erro estimado (resolução) em aproximadamente 0,1%.

Em seguida, testamos a eficácia do processador quântico para produzir e detectar estados emaranhados. Os circuitos mostrados na figura 2 foram usados para produzir os quatro estados de Bell

$$\begin{cases} |\beta_{00}\rangle = (|00\rangle + |11\rangle)/\sqrt{2} \\ |\beta_{01}\rangle = (|00\rangle - |11\rangle)/\sqrt{2} \\ |\beta_{10}\rangle = (|10\rangle + |01\rangle)/\sqrt{2} \\ |\beta_{11}\rangle = (|10\rangle - |01\rangle)/\sqrt{2} \end{cases} \quad (3)$$

e foi usada a técnica de medição na base dos próprios estados de Bell, que reduz a medição do estado  $|\beta_{xy}\rangle$  à obtenção da sequência  $xy$  [1]. Novamente, cada teste foi realizado 1024 vezes.



Figura 2. Circuitos quânticos para produção e medição de estados de Bell.

Finalmente, executamos a codificação superdensa 1024 vezes com cada uma das possíveis mensagens de dois bits.

Como métricas de avaliação, foram utilizadas a probabilidade de sucesso, isto é, de obter o resultado esperado, e a fidelidade dada por

$$\mathcal{F} = \sum_i \sqrt{p_i \tilde{p}_i} \quad (4)$$

em que  $p_i$  são as probabilidades observadas nos experimentos e  $\tilde{p}_i$  são as probabilidades esperadas para cada resultado possível. Quanto mais alta a fidelidade, maior a similaridade entre a distribuição esperada e a distribuição observada de probabilidades. Uma fidelidade alta, próxima de 1, significa que a distribuição observada de probabilidades é semelhante à distribuição esperada, caracterizando uma eficácia alta do processador quântico.

### 3. Resultados

Nos testes para as portas  $X$ ,  $H$ ,  $cX$  e  $cZ$  notou-se que a fidelidade é alta, com uma média de 0,989. Isso significa que o processador quântico é eficaz na

realização das operações quânticas necessárias para a codificação superdensa.

Nos testes de emaranhamento, a fidelidade média obtida na produção e detecção de estados de Bell foi de 0,969, que também é elevada.

A figura 3 é um mapa de calor para as probabilidades observadas na codificação superdensa. Os resultados observados são compatíveis com os resultados esperados para cada uma das quatro mensagens com fidelidade média de 0,775, que é bem menor do que as fidelidades observadas para as portas quânticas ou para os estados de Bell.

Resultados		Codificação Superdensa			
		Esperados			
		00000	00101	01010	01111
Observados	00000	74,2	2,4	1,7	0,2
	00001	3,4	11,1	2,0	0,5
	00010	0,7	0,4	5,5	0,2
	00011	0,1	3,5	1,7	3,6
	00100	9,4	7,9	0,1	0,1
	00101	1,3	61,4	0,5	2,1
	00110	1	0,8	2,8	0,8
	00111	0,3	4,7	1,6	4,7
	01000	3,9	0,5	8,1	0,5
	01001	0,6	2,1	11,5	0,6
	01010	1,1	0	43,5	1,3
	01011	0,2	0,1	13,0	7,6
	01100	2,8	0,6	0,8	1,1
	01101	0,2	2,2	1,2	7,0
	01110	0,7	0,2	3,9	7,3
	01111	0,2	2	2,3	62,5

Figura 3. Mapa de calor para as probabilidades observadas na execução da codificação superdensa.

Para entender a significância destes resultados, comparamos com o caso em que a decodificação seria aleatória. Neste caso, os resultados esperados seriam obtidos sempre com probabilidade igual a 25% e as fidelidades ficariam entre 0,406 para  $x_1x_0 = 10$  e 0,431 para  $x_1x_0 = 00$ . Portanto, a codificação superdensa é realizada de forma imprecisa, porém, muito superior ao que seria esperado de uma distribuição aleatória.

## 4. Conclusões

Os resultados obtidos indicam que o processador quântico ibmqx2 da IBM executa com eficácia as portas quânticas e produz estados emaranhados com alta fidelidade. A codificação superdensa é realizada com fidelidade intermediária, mas suficiente para distinguir o resultado do que seria obtido se o ruído aleatório tivesse dominado o processamento. Isso significa que os computadores quânticos atuais são suficientes para pequenas aplicações de computação quântica.

## 5. Referências

- [1] NIELSEN, M.A.; CHUANG, I.L. **Quantum Computation and Quantum Information**. Cambridge: Cambridge University Press, 2000.
- [2] BENNETT, C.H.; WIESNER, S.J. **Physical Review Letters** v. 69, p. 2881, 1992.

## Agradecimentos

Ao Centro Universitário FEI pela concessão da bolsa de IC e à IBM pelo acesso ao computador quântico.

<sup>1</sup> Aluna de IC do Centro Universitário FEI. Projeto com vigência de 09/19 a 09/20