

O ENSINO DAS TRANSFORMAÇÕES LINEARES EM AMBIENTES COMPUTACIONAIS

Renata Caroline Mota Santos¹, Monica Karrer²

¹ Aluna do Curso de Engenharia, Centro Universitário da FEI

² Professora do Departamento de Matemática, Centro Universitário da FEI
renata_cms@hotmail.com e mkarrer@uol.com.br

Resumo: O artigo apresenta uma abordagem sobre transformações lineares que procurou explorar relações entre representações semióticas em um ambiente computacional dinâmico. A elaboração do experimento foi dada com base na teoria dos registros de representações semióticas e na metodologia de *Design Experiment* e os resultados revelaram que tal abordagem permitiu aos estudantes a percepção de propriedades do objeto matemático que não seriam possíveis em ambientes tradicionais de ensino.

1. Introdução

Neste trabalho teve-se o objetivo de desenvolver e avaliar um experimento de ensino sobre transformações lineares, conteúdo presente na disciplina de Álgebra Linear de cursos da área de exatas, integrando os recursos computacionais *Matlab* e *GeoGebra* e explorando a diversidade de representações semióticas.

Na pesquisa, de caráter qualitativo, foi elaborada uma abordagem inovadora fundamentada na teoria dos registros de representações semióticas de Duval (2011) [1] e na concepção do uso de tecnologia segundo as visões de Baki (2015) [2] e Borba e Penteadó (2010) [3]. Para estes autores, abordagens que integram a tecnologia permitem um acesso diferenciado ao conteúdo matemático, favorecendo o surgimento de novas formas de construção do pensamento, uma vez que o estudante toma uma posição mais ativa na produção do conhecimento.

Dificuldades dos estudantes com o caráter formal da Álgebra Linear foram apontadas por diversos pesquisadores, dentre eles Hannah et al. (2011) [4] e Isik (2014) [5], revelando a necessidade de novas práticas pedagógicas que amenizem tal problemática.

Segundo Duval (2011) [1], a disciplina de Matemática tem uma especificidade em relação às demais, dado o seu caráter abstrato, tendo em vista que um objeto matemático somente pode ser acessado por meio de registros de representações semióticas, dentre eles o algébrico, o gráfico e o da língua natural.

Para o autor, há dois tipos de transformação entre representações, denominadas tratamento e conversão. No tratamento, a transformação ocorre entre representações de um mesmo registro. Já a conversão ocorre entre representações de registros distintos. O pesquisador aponta que as dificuldades dos estudantes ocorrem frequentemente nas conversões e, dado o fato do ensino de Matemática frequentemente privilegiar a simbologia algébrica em detrimento de outros registros semióticos, essa dificuldade pode ser agravada.

Neste sentido, a construção do experimento sobre transformações lineares teve a preocupação de explorar

as relações entre os registros gráfico, algébrico, matricial e da língua natural, sendo os *softwares Matlab* e *GeoGebra* ferramentas que favoreceram o estabelecimento de tais relações. O *Matlab* é um *software* algébrico e o *GeoGebra* é caracterizado como um recurso geométrico dinâmico, uma vez que prevê adaptações simultâneas nos diferentes registros de acordo com as alterações realizadas em uma dada representação.

2. Apresentação do Estudo

O estudo foi dividido em três partes: análise documental dos livros didáticos indicados nas referências da disciplina de Álgebra Linear do Centro Universitário da FEI, elaboração do experimento de ensino e análise da aplicação do experimento de ensino a uma amostra de estudantes.

Para a elaboração e condução do experimento, foi adotada a metodologia de *Design Experiment* de Cobb et al. (2003) [6], específica para a construção de abordagens inovadoras de ensino na área de Matemática. De acordo com esta metodologia, que prevê manifestações tanto em pequena como em grande escala, uma abordagem inicial é elaborada e, de acordo com a produção dos estudantes, ela pode ser remodelada durante o processo de aplicação.

No presente estudo, o experimento de ensino foi aplicado a dois estudantes do curso de Engenharia que já haviam estudado o conteúdo de transformações na disciplina de Álgebra Linear, mas por uma abordagem que não privilegiou a atividade de conversão e nem integrou ferramenta tecnológica. Essa aplicação procurou identificar a necessidade de adaptações no desenho inicial, uma vez que se pretende aplicá-lo futuramente em salas regulares.

Primeiramente, na análise dos livros didáticos, teve-se o objetivo de investigar a forma como eles exploravam os diversos registros semióticos, os tratamentos e as conversões.

Apresentando de forma sintética, foi constatado que as obras focam em um registro específico, normalmente o simbólico-algébrico, sendo os demais registros utilizados em baixa escala. Os tratamentos não são distribuídos de forma igualitária para todos os registros e as conversões são pouco exploradas, sendo a transformação entre representações dos registros algébrico e n -uplas em um dos livros e entre algébrico e tabular no outro as que aparecem com maior frequência.

De acordo com essas evidências, partiu-se para a construção do experimento de ensino, de modo a integrar diferentes registros semióticos. Ele foi composto de quatro partes, sendo as três primeiras

desenvolvidas com o uso do *software GeoGebra* e a quarta com o *GeoGebra* e o *Matlab*, todas elaboradas de forma a explorar relações entre os registros algébrico, gráfico, matricial e da língua natural. A primeira parte tratou de transformações lineares no plano, evidenciando os movimentos de expansão, contração, cisalhamento, projeção e reflexão. Na segunda parte foi explorada a composição de transformações lineares no plano, evidenciando a não comutatividade dessa operação. A terceira tratou dos conceitos de núcleo e imagem e na quarta foram desenvolvidas as transformações lineares no espaço, tanto no *software GeoGebra* como no *Matlab*. Apresenta-se na Figura 1, a título de ilustração, uma tela relativa à segunda parte, correspondente à atividade de composição de transformações. Ressalta-se que o aluno, ao manipular os controles deslizantes, pôde observar, em tempo real, as consequências em três registros, o algébrico, o matricial e o gráfico. Esse dinamismo permite que ele estabeleça relações simultâneas entre três representações distintas, favorecendo novas formas de construção do conhecimento.

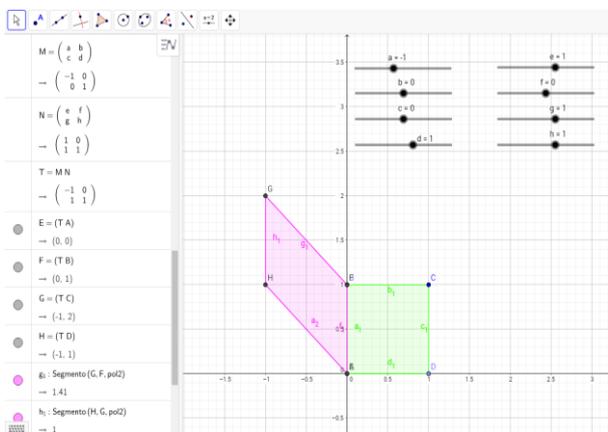


Figura 1: Tela da segunda parte do experimento no software GeoGebra

3. Resultados

Primeiramente foi realizada uma familiarização dos *softwares* com os estudantes. Em seguida, na aplicação das duas primeiras atividades, os alunos demonstraram dificuldades na conversão da representação gráfica para a algébrica, fato esperado, uma vez que a análise dos livros revelou que esta conversão é pouco explorada. Apesar disso, eles conseguiram ampliar o conhecimento sobre as transformações e, por meio do dinamismo do *software*, estabeleceram satisfatoriamente as relações entre as representações e constataram a não comutatividade das transformações lineares nos três registros, algébrico, matricial e gráfico, conforme exposto na Figura 2.

- As figuras são iguais? Não

- Dessa maneira é possível afirmar que a composição tem a propriedade comutativa? Por que?
Não, pois a posição geométrica da figura se alterou

Figura 2: Resolução da parte 2 realizada pelos alunos

Na terceira parte, os alunos puderam compreender um caso de significado geométrico de núcleo e imagem. Nesta fase, eles já estabeleciam com facilidade as conversões nos dois sentidos e relacionavam as resoluções no ambiente papel e lápis com a ferramenta computacional. Eles verbalizaram o fato de que antes tais conceitos eram puramente abstratos e as resoluções de exercícios sobre núcleo e imagem eram feitas de forma mecânica. Para eles, o experimento permitiu atribuir um significado a esses conceitos. Na quarta parte os estudantes ampliaram o conhecimento tratando das transformações no espaço, relacionando os resultados em dois *softwares*. O *Matlab* representou uma nova maneira de solucionar o problema do ponto de vista matricial enquanto o *GeoGebra* favoreceu a análise do comportamento gráfico.

4. Conclusões

Um experimento focado na relação entre diversas representações permitiu aos alunos um novo contato com as transformações lineares. Inicialmente, eles apresentaram dificuldades em estabelecer as conversões solicitadas, porém, ao dominarem estas operações, elas assumiram o papel de aliadas na construção do conhecimento, principalmente nas duas últimas atividades, corroborando com o apontado na teoria dos registros de representações semióticas. O uso da tecnologia favoreceu um trabalho mais investigativo e independente, uma vez que os alunos puderam testar suas conjecturas no ambiente computacional. Espera-se que essa nova abordagem possa representar um cenário diferenciado de ensino das transformações lineares.

5. Referências

- [1] R. Duval, Ver e ensinar a matemática de outra forma: entrar no modo matemático de pensar: os registros de representações semióticas, PROEM, v.1, 2011
- [2] A. Baki, Integration of Technology into Mathematics Teaching: past, present and future, Springer International Publishing, p. 17-26, 2015
- [3] M. Borba; M. G. Pentead, Informática e Educação Matemática, Autêntica, 2010
- [4] J. Hannah et al., Teaching Linear Algebra: one lecturer's engagement with students Mathematics: traditions and new practices, AAMT & MERGA, 2011
- [5] A. Isik et al., Linear Algebra from students' perspectives. Middle eastern & African Journal of Educational Research, p. 29-40, 2014
- [6] P. Cobb et al., Design experiments in education research, Educational Researcher, v. 32, n. 1, p. 9-13, 2003

Agradecimentos

À instituição Centro Universitário FEI pela realização das medidas que permitiram o desenvolvimento desse estudo.

¹ Aluna de Iniciação Científica do Centro Universitário FEI. Projeto com vigência de 09/16 a 08/17.