

UMA SEQUÊNCIA DIDÁTICA PARA A ABORDAGEM DE PROBLEMAS DE OTIMIZAÇÃO

Orlito Nunes da Cruz¹, Custodio Thomaz Kerry Martins²
Departamento de Matemática, Centro Universitário da FEI^{1,2}
Orlitonunes33@gmail.com e cthomaz@fei.edu.br

Resumo: O projeto visa constituir uma sequência didática para tratamento de problemas de otimização, com a integração dos ensinamentos da Teoria dos Registros de Representação e o emprego do *software* Geogebra. A sequência será aplicada a um grupo de estudantes de uma disciplina inicial de Cálculo Diferencial e Integral de um curso de Engenharia. As produções e participações serão observadas e, posteriormente, submetidas a uma análise qualitativa para avaliação sobre a adequação da sequência didática.

1. Introdução

Em função dos altos índices de reprovações nas disciplinas introdutórias de Cálculo Diferencial e Integral, conforme os estudos de Silva [1], e com a preocupação de oferecer suporte aos estudantes para que estes alcancem um melhor aprendizado dos conteúdos da disciplina, e assim melhorar as taxas de aprovação, observou-se a alternativa de elaborar uma sequência didática para tratamento de problemas de otimização.

O artigo de Fassarella [2] caracteriza sequência didática, de forma resumida, como uma sucessão planejada de atividades de estudos que tem por finalidade proporcionar a aprendizagem de algum conjunto de conhecimentos ou conceitos. Os componentes de uma sequência didática devem ser colocados em uma perspectiva dinâmica e intencionada e em harmonia com o cenário e a vivência dos estudantes.

Neste trabalho, a base teórica central para a concepção e configuração da sequência didática será a Teoria dos Registros de Representação Semiótica [3]. Essa teoria ressalta a originalidade dos conceitos matemáticos como essencialmente abstratos e, portanto, acessíveis apenas por suas representações. De acordo com essa Teoria, o domínio de uma diversidade de representações de um mesmo conceito matemático é o que garante o conhecimento abrangente de tal recurso ou grupo de recursos.

Para o tratamento de problemas de otimização, que é o tema central para esta pesquisa, fica evidenciada a necessidade de transitar-se entre diversas formas de registro de representação: a partir da situação descrita como problema, com um registro em língua natural, é necessário buscar recursos ou conceitos que permitam a constituição de um modelo matemático, essencialmente

por registros algébricos. Tal modelo matemático deve traduzir o cenário do problema e, ao mesmo tempo, oferecer o acesso para sua resolução. Em complemento aos registros algébricos, torna-se interessante o trabalho com outras formas de registros: registros geométricos, registros gráficos, quadros de valores, esquemas lógicos de organização.

O *software* Geogebra, descrito em [4], se mostra adequado como ferramenta para essa forma de prática de tratamento. Essa ferramenta integra, de forma ágil e relativamente simples, as possibilidades de representações algébricas em articulação com representações gráficas, estáticas ou dinâmicas, e ainda registros em quadros de valores. É com esse tipo de orientação que se pretende constituir a sequência didática. A seguir, um resumo de um possível exemplo de componente da sequência didática.

Exemplo de proposta de problema: Uma bateria de tensão fixa U e resistência interna fixa r está ligada a um circuito de resistência variável R . Pela Lei de Ohm [5], a corrente I no circuito é $I = \frac{U}{R+r}$. Se a potência resultante é dada por $P = I^2R$, para que valor de R a potência é máxima?

De acordo com o enunciado do físico alemão Georg Simon Ohm (1789 – 1854), a relação entre tensão, resistência e corrente de um circuito é dada por $U = R.I$. No Sistema Internacional de Unidades, tensão é medida em volt [V], corrente em ampere [A] e resistência em Ohm [Ω].

Conforme os dados da proposta e a relação enunciada, tem-se que $P = \frac{U^2R}{(R+r)^2}$. Se, por exemplo, as medidas forem $U=10V$ e $r=4\Omega$, é possível representar a relação com o seguinte gráfico de potência em função da resistência.

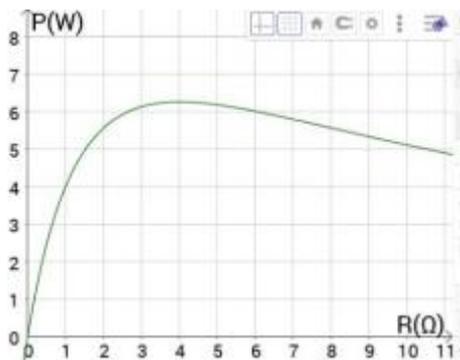


Figura I – representação gráfica da variação da Potência em função de R

Observa-se através do gráfico que a maior potência se apresenta quando $R=r$.

Por meio do estudo das derivadas, se em um intervalo $[a, b]$ do domínio de f , que contém x_0 , a variação de sinais de $f'(x)$ for:

$$\begin{array}{c} f'(x) > 0 & \xrightarrow{\quad} & f'(x_0) = 0 & \xrightarrow{\quad} & f'(x) < 0 \\ & & x_0 & & \end{array}$$

x_0 é ponto de máximo local.

Se em um intervalo $[a, b]$ que contém x_0 a variação de sinais de $f'(x)$ for:

$$\begin{array}{c} f'(x) < 0 & \xrightarrow{\quad} & f'(x_0) = 0 & \xrightarrow{\quad} & f'(x) > 0 \\ & & x_0 & & \end{array}$$

x_0 é ponto de mínimo local.

Ao derivar a função $P = \frac{U^2 R}{(R+r)^2}$ e igualar a zero para a pesquisa de pontos críticos encontra-se:

$$P'(R) = \frac{U^2(R+r)^2 - 2U^2R(R+r)}{(R+r)^4} \Rightarrow \text{dividindo tudo por } R+r:$$

$$P'(R) = \frac{(U^2R + U^2r - 2U^2R)}{(R+r)^3} \Rightarrow P'(R) = \frac{U^2(r-R)}{(R+r)^3}, \text{ assim}$$

$$P'(R) = 0 \text{ se } r=R.$$

E a variação de sinais de $f'(x)$ indica que $R=r$ é ponto de máximo local.

A estruturação da sequência didática, deverá envolver a proposta do problema, a descrição de resultados teóricos, como é a Lei de Ohm no exemplo, o tratamento e observação de alguns valores particulares para a variável principal, a representação gráfica ou geométrica dos fenômenos envolvidos.

2. Metodologia

Com a aplicação da sequência didática, pretende-se observar os resultados produzidos pelos estudantes participantes, quanto aos sucessos e às dificuldades reveladas. Pretende-se observar também as reações, positivas ou negativas, manifestadas durante a realização das atividades; como complemento, serão preparadas e aplicadas pequenas entrevistas com o intuito de coletar as impressões, e se possível, as contribuições dos estudantes para aprimoramento das atividades.

3. Conclusões

No estágio atual do desenvolvimento do projeto, que foi iniciado em maio/2017, ainda não é possível descrever resultados ou conclusões.

É prevista a constituição e aplicação de uma versão piloto da sequência didática, ao final do mês de setembro, e em seguida, como consequência desse piloto, o trabalho de refinamento na constituição das atividades, para uma reaplicação durante o mês de novembro.

4. Referências

- [1] SILVA, B.A. **Diferentes dimensões do ensino e aprendizagem do Cálculo**. In: Educação Matemática Pesquisa, São Paulo, v.13, n.3, 2011.
- [2] FASSARELA, L. **Sequência Didática Matemática**. In: <http://www.luciofassarella.net/ensino/math/files/Fas2014.pdf> - acesso em maio/2017.
- [3] DUVAL, R. **Registros de Representações Semióticas e funcionamento cognitivo da compreensão em Matemática**. In: MACHADO, S. D. A. **Aprendizagem em Matemática-Registros de Representação Semiótica**. Campinas, 2003.
- [4] NÓBRIGA, J. C. C. e ARAÚJO, L. C. L. **Aprendendo Matemática com o Geogebra**. São Paulo, 2010.
- [5] IRWIN, J. D. **Análise de Circuitos em Engenharia**. São Paulo: Pearson Makron Books, 2000. 848p.

Agradecimentos

Ao Centro Universitário da FEI pela oportunidade de participação no Programa de Iniciação Científica, com a concepção de uma sequência didática que poderá contribuir com a formação dos estudantes.

Estudante bolsista de IC do Centro Universitário FEI. Projeto com vigência de 05/2017 a 04/2018.

