

PROPOSTA DE UMA VERSÃO NÃO-EXTENSIVA DAS FUNÇÕES DE GABOR

Marcos Augusto dos Santos Filho, Paulo Sérgio Rodrigues
 Departamento de Ciência da Computação, Centro Universitário FEI
 marcos.augusto.filho@usp.br, psergio@fei.edu.br

Resumo

Funções de Gabor são modelos matemáticos que utilizados com relativo sucesso na modelagem de sistemas neurais e aplicações com imagens nos domínios espacial e de frequência. Porém, a estatística não-extensiva de Tsallis tem ajudado a compreender além da estatística tradicional. A parametrização das funções como o de não-extensividade q , propostas nessa nova linha de investigação, tem sido a chave de seu sucesso. Novas funções gaussianas, chamadas de q -gaussianas, sigmóides, de q -sigmóides, foram apresentadas e usadas em diversas áreas, revigorando o interesse de pesquisadores nesta área. Nessa mesma linha de investigação, este projeto de iniciação científica propõe pela primeira vez a formalização de funções q -gabor no domínio espacial aplicados ao processamento digital de imagens e visão computacional. Inicialmente, um modelo e formalismo matemático será apresentado e estudos experimentais serão conduzidos demonstrando a sua aplicabilidade.

1. Introdução

Há séculos fenômenos naturais são estudados e representados por aproximações de sinais captados de diversas formas.

Esses sinais podem ser representados por funções matemáticas de simples entendimento de modo a facilitar a compreensão dos fenômenos relacionados.

Uma das funções mais conhecidas é a Função Gaussiana, que é para modelar fenômenos conhecidos com comportamento da curva normal, variando apenas seu desvio-padrão e média [5].

Um exemplo amplamente conhecido é a chamada mistura de gaussianas [22, 25], quando um sinal aleatório pode ser aproximado por um conjunto de gaussianas, cada uma com seu desvio-padrão e média.

Outros fenômenos estudados com essas funções são relacionados com o sistema visual humano [11]. É bastante conhecido que os impulsos nervosos tanto de detritos quanto de axônios podem ser aproximados pelas chamadas funções Gabor, que são representadas por funções gaussianas empacotadas por senoidais.

Na área de processamento digital de imagens, tem-se popularizado a filtragem no domínio espacial e de frequências, através do uso de funções sigmóides, que são utilizadas como filtros gaussianos inversos.

Embora essas funções vêm sendo utilizadas em diversas áreas de aplicações, sabe-se que tais funções são aproximações desses fenômenos, sobretudo quando podem ser explicados através da física clássica

newtoniana. Nesse sentido, sabe-se quando fenômenos ocorrem à velocidade da luz ou no nível da massa atômica, não representam adequadamente fenômenos clássicos, sendo apenas meras aproximações [23].

Sabendo disso, no final dos anos 80, C. Tsallis propôs um novo formalismo para aproximar essas funções no caso de fenômenos não clássicos, o que passou a se chamar física não-extensiva [6, 23]. Surgia assim as equações da estatística tsaliana.

Essas equações são representadas pelo parâmetro de não-extensividade q . Sabemos que para valores de $q \leq 1.0$ os fenômenos representados são chamados de super-extensivos; para valores de $q \geq 1.0$ de sub-extensivos. Por sua vez, no limite de $q \rightarrow 1.0$, são chamados de fenômenos clássicos, ou extensivos.

Nesse contexto surgiram funções q -Gaussianas e q -Sigmóides que mostram-se eficientes na modelagem físico-computacional de fenômenos não-extensivos [4].

As limitações de funções gaussianas estão no seu ajuste às distribuições dos fenômenos que representam. Nesse sentido, o surgimento da estatística Tsaliana, através do ajuste do parâmetro q , tem permitido maior flexibilidade em aplicações práticas, uma vez que permite melhor ajuste da topologia da curva [1, 19, 16].

Sendo assim, e uma vez que ainda não conhecemos na literatura a proposição de funções q -gaborianas, este trabalho propõe apresentar pela primeira vez esse tipo de função do ponto de vista de seu estudo analítico e seu potencial para aplicações.

2. Proposta de uma função q -Gabor

Neste trabalho é pretendido estender a equação gaboriana para o domínio não-extensivo, como feito com as equações gaussianas e sigmoid, introduzindo o parâmetro q de não-extensividade. Dessa maneira, propomos a equação aqui batizada de q -Gabor.

2.1 Proposta de uma função q -Gabor

Expandindo a q -Gabor para o domínio espacial, temos as seguintes fórmulas, plotadas na Figura 1:

$$g(X, Y) = w(X, Y)s(X, Y)$$

$$s(X, Y) = e^{(2\pi(uX+vY)+P)i}$$

$$w(X, Y) = k/(1+(1-q)(a^2(X-X_0)^2+b^2(Y-Y_0)^2))^{1/(1-q)}$$

Da mesma forma que funções q -gaussianas tendem à funções gaussianas quando $q \rightarrow 1.0$, deixamos como hipótese em aberto que funções q -Gabor tentem à funções Gabor dentro das mesmas condições. Essa hipótese ainda não foi provada na literatura. No entanto, a prova não primordial para o cumprimento do projeto.

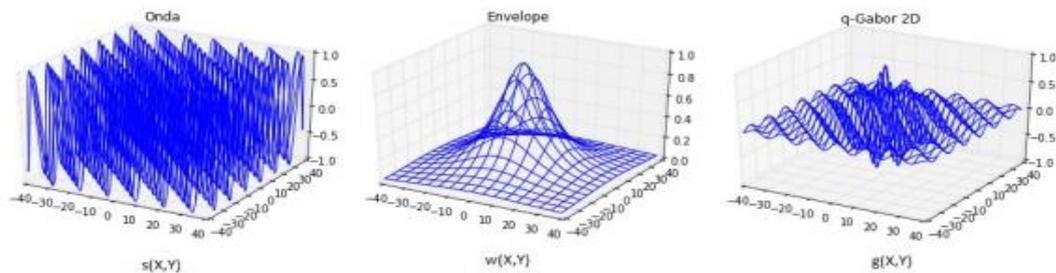


Fig 1: q-Gabor 2D com $q = 0.1$, $\theta = 0$, $k = 1$ $u = v = 0.08$, $P = 0$ $X_0 = Y_0 = 0$, $a = b = 0.075$

3. Resultados Parciais

Até o momento, os resultados na suavização de imagens, tratamento de ruídos e afins têm se mostrado satisfatórios, como mostrado na Figura 2, o filtro q-

Gabor obteve sucesso em todos os testes realizados, mas ainda há trabalhos a serem feitos. Apesar de obter resultados satisfatórios, não foi determinado se o filtro q-Gabor supera os desempenhos entregues pela q-Gaussiana e pela q-Sigmoid.



Fig 2: Filtro q-Gabor com $q=2$, $k=1$, $u = v = 0.04$, $P = 0$, $X_0 = Y_0 = 0$, $a = b = 0.075$, $x = y = 0$ e o janelamento variando de 3 a 21

4. Trabalhos Futuros

Uma próxima etapa da pesquisa consiste em exaustivos testes e comparativos com as funções q-Gabor, q-Gaussiana e q-Sigmoid com a intenção de determinar se o desempenho apresentado pela q-Gabor supera a q-Gaussiana e a q-Sigmoid e em quais situações específicas apresenta melhor desempenho.

5. Referências

[1] M. P. Albuquerque, M. P. Albuquerque, I. A. Esquef, and A. R. G. Mello. Image thresholding using tsallis entropy. *Pattern Recognition Letters*, 25:1059–1065, 2004.

[4] Ernesto P. Borges. Irreversibilidade, desordem e incerteza: Três visões da generalização do conceito de entropia. *Revista Brasileira de Ensino de Física*, 21(4):453, Dez 1999.

[5] Roger L. Casella, George; Berger. *Statistical Inference* (2nd ed.). Duxbury, 2001.

[6] E M F Curado and C Tsallis. Generalized statistical mechanics: connection with thermodynamics. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 24(2):L69, 1991.

[11] J. P. Jones and L. Palmer. An evaluation of the two-dimensional gabor filter model of simple receptive

fields in cat striate cortex. *Journal of Neurophysiology*, 58:1233–1258, 1987.

[16] P. S. Rodrigues and G. A. Giraldi. Improving the non-extensive medical image segmentation based on tsallis entropy. *Pattern Analysis and Applications*, 14(4):369–379, 2011.

[19] P.S. Rodrigues, G.A. Giraldi, M. Provenzano, M.D. Faria, R.F. Chang, and J.S. Suri. A new methodology based on q-entropy for breast lesion classification in 3d ultrasound images. In *Proceedings of the 28th Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society*, pages 1048–1051, New York, 2006.

[22] Theodora A. Varvarigou Sotirios P. Chatzis, Dimitrios I. Kosmopoulos. Signal modeling and classification using a robust latent space model based on t distributions. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 56(3):949–963, 2008.

[23] C. Tsallis. Nonextensive statistics: Theoretical, experimental and computational evidences and connections. *Brazilian Journal of Physics*, 29(1), March 1999.

[25] Guoshen Yu. Solving inverse problems with piecewise linear estimators: From gaussian mixture models to structured sparsity. *IEEE Transactions on Signal Processing*, (5):2481–2499, 2012.

