

# AVALIAÇÃO DO DESEMPENHO METROLÓGICO DOS MÉTODOS DE AJUSTE DE CURVAS EM MM3C'S

João Pedro Correa Argentin<sup>1</sup>, Denise Pizarro Vieira<sup>2</sup>  
<sup>1,2</sup> Departamento de Matemática, Centro Universitário FEI  
[joao.pedro.argentin@gmail.com](mailto:joao.pedro.argentin@gmail.com), [vieiradp@fei.edu.br](mailto:vieiradp@fei.edu.br)

**Resumo:** Este projeto teve como objetivo analisar o desempenho metrológico dos dois principais métodos, Mínimos Quadrados (MMQ) e Mínima Zona (MZ), utilizados nos programas computacionais para determinar as geometrias substitutas nas medições em Máquina de Medir por Coordenadas (MM3C's). Ambos os métodos foram implementados e testes em MM3C's realizados. O erro de circularidade obtido pelos métodos implementados e os obtidos através das medições em MM3C foram comparados. Comprovou-se que o MZ apresenta um erro de circularidade, geralmente, pouco inferior ao erro gerado pelo MMQ. Porém, nos quesitos repetibilidade e esforço computacional o MMQ sobressaiu-se ao MZ.

Palavras-chaves: Máquinas de Medir a Três Coordenadas, erros de Medição, métodos de Ajuste

## 1. Introdução

Máquinas de Medir a Três Coordenadas (MM3C's), máquinas capazes de utilizar um sistema cartesiano de três coordenadas para realizar medidas muito precisas e específicas através de seus softwares, são muito requisitadas e, sendo assim, também precisam acompanhar a evolução da indústria tecnológica atual.

Os programas computacionais dedicados às MM3C's utilizam diferentes algoritmos para ajustar a geometria substituta. Estes diferentes algoritmos produzem resultados expressivamente distintos quando aplicados para a mesma finalidade. Os dois métodos mais difundidos e utilizados nas MM3C's são: o método dos Mínimos Quadrados, devido a sua simplicidade computacional, e o Método da Mínima Zona, por ser recomendado pelas normas ISO em relação a ajuste de curvas nas MM3C's.

Para isso foram implementados dois algoritmos na plataforma de programação MatLab (versão R2017a), um referente ao MZ e o segundo referente ao MMQ. Medições de peças tipo furo foram realizadas na MM3C do Centro Universitário FEI, porém por esta não estar devidamente calibrada e efetuar ajustes apenas pelo método dos Mínimos Quadrados, inspecionou-se também peças na MM3C da Universidade Federal de Uberlândia (UFU). Os valores obtidos com as medições nas máquinas foram comparados com os valores apresentados pelos programas desenvolvidos.

### 1.1. Método da Mínima Zona

O método da mínima zona (MZ) é um método recomendado pela norma ISO para ajuste de curvas e é amplamente empregado em MM3C's. O método consiste em determinar a menor diferença radial entre dois círculos concêntricos, um exterior e um interior,

que contenha todos os pontos medidos como ilustra a figura 1. Na literatura existem diferentes algoritmos para este método [1].

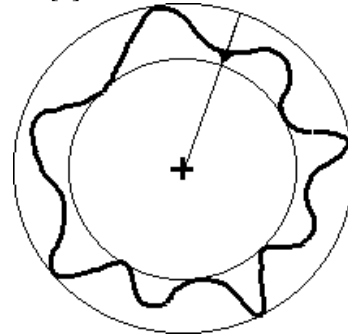


Figura 1 – Método da Mínima Zona.

### 1.2. Método dos Mínimos Quadrados

A figura 2 ilustra o método dos Mínimos Quadrados (MMQ), este método determina o melhor ajuste possível para um conjunto de dados, usando como critério, minimizar a soma dos quadrados das diferenças entre o valor estimado e os dados. Essas diferenças são conhecidas como resíduos [2].

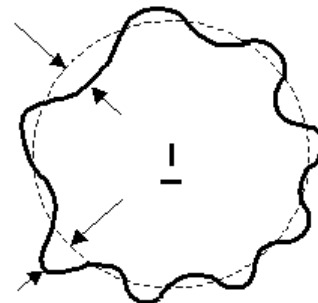


Figura 2 – Método dos Mínimos Quadrados.

## 2. Metodologia

Os algoritmos do Método dos Mínimos Quadrados e do Método da Mínima Zona foram desenvolvidos e implementados na plataforma do MatLab R2017a. Nos programas os dados de entrada são sempre o número de pontos utilizados e o conjunto de pares ordenados destes pontos. Como resultado, os programas entregam as coordenadas de centro ( $x_c, y_c$ ) e o raio ( $R_c$ ).

Para desenvolvimento do programa responsável pelo método da MZ utilizou-se o algoritmo apresentado no artigo de P.B. Dhanish [3].

Na implementação do método dos Mínimos Quadrados foram utilizadas as equações propostas por Sato [4].

Peças do tipo furo foram medidas em MM3C's, tanto no Centro Universitário FEI quanto na Universidade Federal de Uberlândia (UFU). Os valores

obtidos com as medições nas máquinas foram comparados com os valores apresentados pelos programas desenvolvidos.

Além da comparação com os valores obtidos em medições em MM3C's os programas desenvolvidos também foram submetidos a testes de sensibilidade, alterando algumas coordenadas dos pontos de entrada da máquina e observando as variações causadas nas respostas dos mesmos. O tempo de resposta de cada algoritmo, assim como, o erro de circularidade gerado era observado e anotado em cada medição efetuada.

### 3. Resultados

Visando avaliar a sensibilidade dos métodos, pequenas alterações foram introduzidas nos valores das coordenadas dos pontos a partir dos quais são determinadas as geometrias substitutas. As influências destas alterações no raio das peças foram analisadas. As alterações introduzidas em cada caso e o número de pontos considerado são mostrados na Tabela 1.

Tabela 1 – Sensibilidade dos métodos.

	Alteração	MMQ	MZ
4 pontos	Raio Real	2,0000	2,0000
	Alterando X em -0,001	2,0005	2,0003
	Alterando X em +0,001	1,9998	1,9998
	Alterando Y em +0,002	1,9995	1,9995
	Alterando X (-0,001) e Y(+0,002)	1,9998	1,9998
12 pontos	Raio Real	10,00000	10,00000
	Distúrbio na ordem $10^{-5}$	10,00000	9,99999
	Distúrbio na ordem $10^{-3}$	10,00029	10,00049
20 pontos	Raio Real	10,00000	10,00000
	Distúrbio na ordem $10^{-3}$	10,00000	10,00000

Nota-se que ambos os métodos foram eficientes em gerar os raios próximos aos reais mesmo com as alterações geradas nas coordenadas dos pontos. Também percebe-se que ao aumentar o número de pontos diminui-se a variação geradas pelas alterações nos resultados obtidos, provando assim, que o aumento do número de pontos diminui a sensibilidade aos "outliers" em ambos os métodos.

Analisando a figura 3 é possível observar que o MZ obteve vantagem em relação MMQ no quesito erro de circularidade, tendo resultados inferiores aos do MMQ.

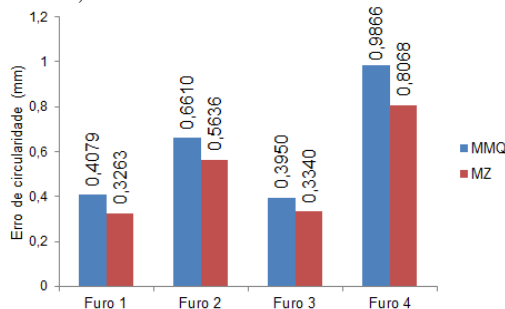


Figura 3 – Erro de circularidade (mm).

Fazendo uma comparação entre a repetibilidade associada aos valores médios de diâmetro obtidos pelo MZ e pelo MMQ pode-se concluir que o segundo foi levemente superior.

O esforço computacional do MMQ é menor que o do MZ.

### 4. Conclusões

Dos métodos implementados e da análise de dados pode-se concluir que:

- Os algoritmos implementados mostraram-se eficientes para determinar as coordenadas do centro e do raio do círculo.
- A repetibilidade associada aos valores médios do diâmetro obtido pelo MMQ é melhor do que a do método da MZ.
- O MMQ apresenta baixa sensibilidade à presença de pontos extremos (outliers).
- O esforço computacional associado à implementação do MMQ é menor do que a do MZ.
- O MZ apresentou erros de circularidade inferiores aos erros de circularidade obtidos nas medições utilizando o MMQ.

### 5. Referências

[1] XIUMING, L.; JINGCAI, Z.; HONGQI, L. Determination of the Minimum Zone Circle based on the Minimum Circumscribed Circle. Measurement Science and Technology. v.25, p. 4. Janeiro, 2014.

[2] ROSA, V. A. de O. Avaliação do Desempenho Metrológico dos Métodos de Ajustes Utilizados nas Máquinas de Medir por Coordenadas. 2016. 196 f. Tese (Doutorado em Engenharia Mecânica) – Universidade Federal de Uberlândia, Minas Gerais. 2016.

[3] DHANISH, P. B. A simple algorithm for evaluation of minimum zone circularity error from coordinate data. Artigo disponibilizado pela Elsevier Science Ltd. detentora de todos os seus direitos reservados. 2002.

[4] SATO, D. P. V. Determinação da Incerteza de Medição a Três Coordenadas. 2002. Relatório de Pós-Doutorado. Universidade de São Paulo, São Carlos. 2002.

### Agradecimentos

Às instituições Centro Universitário FEI e Universidade Federal de Uberlândia pelo uso da MM3C's. À professora Dra Denise P. Vieira pela orientação e à professora Dra Rosenda A. Valdés pelo auxílio nas medições efetuadas.

<sup>1</sup> Aluno de IC (PBIC) do Centro Universitário FEI (11.216.176-5). Projeto com vigência de 09/17 a 08/18.