

# TRANSFORMADAS DE FOURIER - DA PROPAGAÇÃO DO CALOR À COMPUTAÇÃO QUÂNTICA

Kélvyn Cleiton de Araújo Brandão<sup>1</sup>, Roseli Alves de Moura<sup>2</sup>,  
<sup>1,2</sup> Departamento de Matemática, Centro Universitário FEI  
 kelven.cleiton14@gmail.com e roselimatematica.moura@gmail.com

**Resumo:** Esta pesquisa teve como propósito estreitar o diálogo entre a Educação Matemática, História das Ciências e o Ensino de Engenharia, no sentido de fomentar discussões e promover reflexões quanto às possibilidades de alcance de alguns conteúdos matemáticos – no caso as séries de Fourier, propiciando ao aluno, uma maior percepção, compreensão e articulação quanto as inúmeras possibilidades de aplicações, na engenharia.

## 1. Introdução

No âmbito da educação matemática brasileira, sobretudo no ensino de engenharia, observa-se que ainda se mostra influenciada pela herança do ideal positivista, resultando no ensinamento de conteúdos primordiais para formação dos estudantes, de forma dissociada de suas aplicações na realidade.

Assim, selecionamos como temática do nosso trabalho, as Séries de Fourier apresentada na disciplina de Cálculo 3, no Centro Universitário FEI, especificamente, não somente pela suma importância desse conteúdo na Matemática, mas principalmente na física moderna.

Tais séries, surgem através das investigações de Jean-Baptiste Joseph Fourier acerca da propagação do calor em corpos sólidos, em que buscava formular uma lei que descrevesse a condução do calor [5]. A princípio a partir de um trabalho enviado à Academia de Ciências de Paris em 1807, Fourier afirmava que uma função qualquer poderia ser expressa como soma de uma série trigonométrica e, em consequência, as Séries de Fourier surgem como uma ferramenta matemática na resolução da equação da propagação do calor [5][6].

Contudo, este “artifício matemático” desenvolvido pelo estudioso, não demonstrou entusiasmo por parte dos acadêmicos que o avaliaram, além de ter sido criticado abertamente em função da suposta “falta de rigor” [6], em voga na ocasião. Somente em 1822, Fourier viria a apresentar seu trabalho novamente, na obra *Théorie analytique de la chaleur*, desta vez consagrando-se. O resultado de suas equações é o que denominamos hoje como *Transformadas de Fourier*, as quais, a partir de uma equação que trata um “sinal” variando no tempo como a soma de uma série de componentes de curvas sinusoidais, calcula-se as suas amplitudes e frequências

A Série de Fourier é a representação de uma função periódica a partir da soma de uma série trigonométrica, dada por:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left( a_n \cos \frac{n\pi x}{L} + b_n \sen \frac{n\pi x}{L} \right) \quad (1)$$

Normalmente definimos as séries de Fourier de uma função  $f(x)$  periódica com período igual a  $2\pi$ , obtendo:

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos nx + b_n \sen nx) \quad (2)$$

onde  $a_0$ ,  $a_n$  e  $b_n$  são os coeficientes de Fourier de  $f$ .

A *Transformada de Fourier* de uma função contínua, é definida por:

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-j2\pi u x} dx \quad (3)$$

Nos dias de hoje, as *Transformadas de Fourier* se mostram presente em nosso dia-a-dia de inúmeras formas, desde sua utilização para analisar o sinal vibratório produzido por um terremoto, como também na obtenção da estrutura do DNA utilizando imagens de raios X, recepção de telecomunicação, processamento de sinais etc. [7]

Na engenharia elétrica, por exemplo, a aplicação dos trabalhos de Fourier é de suma importância na área de estudos de sinais em dispositivos eletrônicos. Uma de suas aplicabilidades é na determinação da distorção harmônica, ou distorção não-linear, ocorrida em diversos sistemas. [1]

Além disso, os conceitos de Fourier se encontram presente na área da computação quântica. O surgimento de algoritmos quânticos com ganho exponencialmente mais rápidos em relação aos clássicos, se dá em função da utilização Transformada Quântica de Fourier.[3]

## 2. Metodologia

Com o intuito de elaborar uma abordagem mediante a perspectiva histórico-matemático, selecionamos a obra de Roque [2], por possibilitar uma abordagem crítica e não anacrônica do momento histórico-social em que Fourier elaborou seus estudos

Com o propósito de verificar as motivações e consequências de suas descobertas, no sentido de melhor compreender o contexto histórico que Fourier desenvolveu seus trabalhos, recorreremos à dissertação de Pifer [5]. Quanto às aplicações dos estudos de Fourier, sobretudo em estudos de sinais na área de engenharia elétrica, utilizamos a dissertações de Weiderpass[7] e Doria[1].

Para adentrar na área da computação quântica, e melhor entender o alcance do estudos de Fourier, sobretudo a implementação de algoritmos quânticos, recorremos a dissertação da Suenne Machado [3], além disso, para retratar o formalismo da Física Quântica em relação aos trabalhos de Fourier, utilizamos o livro escritas por Pessoa Jr. [4].

Por último, é relevante sinalizar que fundamentamos nosso projeto a partir da metodologia do historiador de matemática Ivor Grathan-Guinness [2] que, além de ser historiador matemático, estudou especificamente o período histórico selecionado neste trabalho.

### 3. Resultados

A realização deste trabalho, fruto de um ano de pesquisa, possibilitou a investigação de alguns cenários históricos e caminhos percorridos tanto por Fourier quanto por outros cientistas que o sucederam, mediante a perspectiva histórico-matemática, e adentrando em outras ciências que sustentaram e impulsionaram o surgimento de uma gama de aplicações, daí advindas.

Assim sendo, observamos e buscamos compreender algumas implicações quanto às dificuldades enfrentadas por Fourier no sentido de validar seu trabalho, principalmente com relação à menção do comitê que o analisou e referenciou em 1810. A observação do comitê de que sua análise “deixava algo a desejar”, em função da suposta falta de rigor, insinua que, já no início do século XIX inicia-se o processo, que crescerá ao longo daquele período, cuja ênfase à importância do rigor, dava indícios do interesse subjacente de assentarem o edifício matemático, em terrenos supostamente mais “sólidos”, a saber, matemáticas “puras”.

### 4. Conclusões

Foi constatada a relevância dos algoritmos quânticos para o desenvolvimento da computação, principalmente com relação ao ganho de tempo na resolução de problemas, quando comparado aos análogos clássicos. Esta constatação deve-se à verificação de uma maior rapidez do algoritmo quântico em relação ao clássico, que se dá em função da utilização da *Transformada Quântica de Fourier* (TFQ), e nos revela que, as possibilidades de alcance dos estudos de Fourier, ainda se mostram longe de terem se esgotado.

Atualmente, as inúmeras aplicações dos estudos de Fourier encontram-se presentes, explicita ou implicitamente, em diversas áreas da engenharia, alcançando as nossas vidas de modo inquestionável, e transcendendo, muitas vezes, a mera aplicação de tecnologia.

### 5. Referências

- [1] DORIA, R.T. Operação analógica de transistores de múltiplas portas em função da temperatura. 198 p., 2010
- [2] GRATTAN-GUINNESS, I. A matemática do passado: que distinguem a sua história de nossa herança. In: *Historia mathematica*, v. 31, n. 2, p. 163-185, 2004

- [3] MACHADO S. R. Implementação da transformada de Fourier quântica em núcleos quadrupolares. 103p., 2008

- [4] PESSOA JR, O. Conceitos de Física Quântica. 1 ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2003.

- [5] PIFER, A. Teoria analítica do calor de Joseph Fourier: Uma análise das bases conceituais e epistemológicas. 147 p., 2015

- [6] ROQUE, T. História da matemática: Uma visão crítica, desfazendo mitos e lendas. Rio de Janeiro: Jorge Zahar Editor Ltda, 2012

- [7] WEIDERPASS, H.A. Estudos de métodos para representação conjunta espaço, tempo e frequências em sinais multidimensionais. 114 p., 2003

### Agradecimentos

À instituição Centro Universitário FEI pela oportunidade de ingressar na área de pesquisa e a minha orientadora Profa. Dra. Roseli Alves de Moura por toda atenção, tempo e conhecimento para concretização deste projeto.

<sup>1</sup> Aluno de IC do Centro Universitário FEI. Projeto com vigência de 06/18 a 05/19.