

AUTOVALORES E AUTOVETORES: PROPOSTA DE CONTEXTUALIZAÇÃO NO AMBIENTE MATLAB

Rafael Dias Favero¹, Monica Karrer²

^{1,2} Departamento de Matemática, Centro Universitário FEI
rafifavero@hotmail.com e mkarrer@fei.edu.br

Resumo: Nesse artigo, tem-se por objetivo apresentar um estudo qualitativo sobre o conteúdo de autovalores e autovetores da Álgebra Linear, contextualizado por meio de uma aplicação da Mecânica dos Sólidos. Balizados na teoria dos registros semióticos de [1] e na metodologia de *Design Experiment* de [2], um experimento de ensino sobre o tema foi elaborado utilizando a versão do Matlab no celular. A aplicação do experimento permitiu construir e avaliar um produto educacional contextualizado para a Álgebra Linear.

Palavras-chave: Autovalores e Autovetores. Mecânica dos Sólidos. Representações. Matlab.

1. Introdução

Nesse artigo apresenta-se um estudo que objetivou elaborar um experimento de ensino sobre a aplicação de Autovalores e Autovetores em Mecânica dos Sólidos.

As novas diretrizes dos cursos de Engenharia sugerem que propostas interdisciplinares e abordagens contextualizadas sejam incorporadas no ensino das ciências básicas desses cursos. Em consonância com essa indicação, foi elaborado um experimento de ensino que partiu de um problema contextualizado sobre tensões em pontos de uma estrutura, cuja resolução envolveu os conteúdos matemáticos de Cossenos Diretores, Autovalores e Autovetores.

Devido ao seu caráter abstrato e formal, a disciplina de Álgebra Linear, presente nos currículos de todas as modalidades de Engenharia, é considerada pelos estudantes, segundo [3] e [4], como uma disciplina difícil, repleta de regras e sem qualquer aplicação prática.

Apesar de a Álgebra Linear ser uma disciplina com característica abstrata, [5] revelou que os autovalores e os autovetores de uma matriz são conceitos aplicados em diversas áreas, tais como Criptografia, Mecânica dos Sólidos e Vibrações. Ainda, [6] menciona sua aplicação no algoritmo de pesquisa do Google e [7] indicou sua presença na teoria do caos, exemplificada pela transformação do gato de Arnold.

Tendo em vista que um currículo por competências prevê que o Engenheiro consiga comunicar-se eficientemente nas formas escrita, oral e gráfica, a presente pesquisa foi fundamentada na teoria dos registros de representações semióticas de [1], o qual defende que um objeto matemático deve ser explorado em diferentes registros de representações semióticas, tais como o matricial, o algébrico e o da língua natural. Neste sentido, foram exploradas as operações da atividade cognitiva de conversão, a qual consiste na transformação de representações de registros semióticos

distintos, como, por exemplo, algebrizar um problema dado em língua natural. Ainda, esse estudo foi pautado nas considerações de [8] e [9] a respeito das vantagens pedagógicas obtidas ao se integrar a tecnologia no ensino de Matemática.

Neste aspecto, procurou-se desenvolver o experimento no ambiente Matlab, utilizando a versão adaptada ao celular, para que os alunos pudessem utilizar seus próprios dispositivos, não necessitando, assim, de um laboratório de informática.

Desta forma, essa pesquisa, de cunho educacional, teve por objetivo elaborar e analisar um experimento de ensino sobre a aplicação de autovalores e autovetores em Mecânica dos Sólidos, envolvendo contextualização, integração de recurso tecnológico e exploração de registros de representações semióticas. Visou-se, então, a construção de um produto de ensino para a Álgebra Linear coerente com as indicações das novas diretrizes dos cursos de Engenharia.

2. Metodologia

A metodologia que norteou a construção e a condução do experimento de ensino foi a de *Design Experiment* de [2], a qual foi desenvolvida com o intuito de fornecer elementos para o *design* de inovações na área de Matemática. Essa metodologia tem caráter flexível, uma vez que admite, diante da análise das produções dos alunos, efetuar alterações durante o processo de aplicação do experimento, se o pesquisador observar tal necessidade.

Participaram do experimento dois alunos do sétimo semestre de Engenharia Mecânica e um do terceiro semestre de Engenharia Elétrica. Todos já haviam cursado a disciplina de Álgebra Linear. Desta forma, era esperado que já conhecessem o objeto matemático *autovalores e autovetores*, uma vez que o foco era lidar com a contextualização desse conteúdo em uma aplicação da Mecânica dos Sólidos, aliada ao uso de um recurso computacional.

3. O experimento de ensino

O experimento de ensino objetivou demonstrar que, embora a Álgebra Linear seja uma disciplina ministrada nos primeiros ciclos dos cursos de engenharia, é possível contextualizá-la de modo a integrar o ciclo básico com o profissionalizante. No presente trabalho, isso foi realizado por meio da aplicação dos autovalores e autovetores na Mecânica dos Sólidos.

O experimento foi organizado em três partes, sendo as duas primeiras realizadas no ambiente papel e lápis e a terceira no ambiente computacional Matlab, na versão para celular.

Na parte 1 foi proposto aos alunos um exercício de Álgebra Linear, com o intuito de relembrar os procedimentos de cálculo dos autovalores e autovetores. Nesta etapa foram exploradas as representações algébrica e matricial e suas conversões.

Na parte 2, foi apresentado um problema contextualizado sobre Mecânica dos Sólidos no ambiente de papel e lápis, com o objetivo de evidenciar uma aplicação de autovalores e autovetores bem como mostrar a complexidade de se efetuar os cálculos sem o uso de recursos computacionais. Neste caso, foram exploradas as representações da língua natural, algébrica e matricial e suas conversões.

Na parte 3, foi solicitado que os alunos baixassem uma versão gratuita do software Matlab em seus celulares. Em seguida, eles receberam um programa desenvolvido durante o projeto de iniciação científica para o cálculo dos autovalores e autovetores em exercícios de Mecânica dos Sólidos. O programa consistiu em pedir tensões atuantes no sistema para a construção de uma matriz e, com tal matriz pronta, era possível obter os resultados dos autovalores e autovetores, dos invariantes e das tensões específicas como a de Von Misses. Na Figura 1, apresenta-se uma tela para ilustrar o programa elaborado.

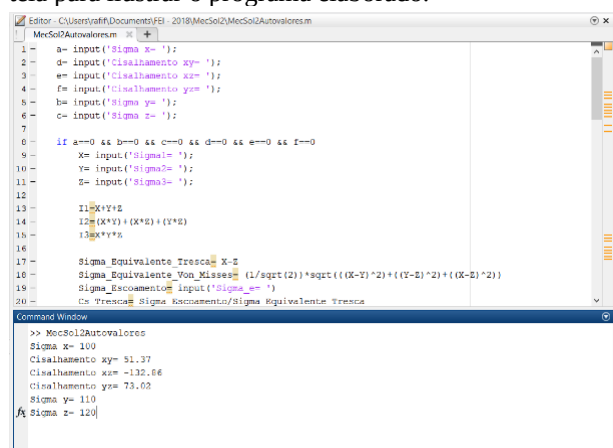


Figura 1 – Apresentação do programa no Matlab

Com o programa disponível, foram propostos três exercícios de mecânica dos sólidos, adaptados de forma a focar nos autovalores e autovetores. Os alunos deveriam efetuar a conversão da língua natural presente no enunciado do problema para a língua especializada presente no Matlab. Após isso, com os resultados obtidos, os alunos deveriam analisá-los no contexto dos problemas.

4. Principais Resultados e Conclusões

Os resultados apontaram que, embora com certa dificuldade, os alunos estabeleceram as conexões previstas entre as disciplinas de Mecânica dos Sólidos e de Álgebra Linear. As dificuldades apresentadas se deram principalmente por apresentarem um conhecimento exclusivamente procedimental da Álgebra Linear, fato que gerou dificuldades em estabelecer conversões entre diferentes registros, em atribuir significados e em compreender novos conceitos, demandando várias intervenções do pesquisador.

O programa desenvolvido no Matlab e utilizado nos celulares dos estudantes otimizou o tempo disponibilizado para os cálculos, permitindo que o foco fosse direcionado ao levantamento de conjecturas, à atribuição de significado e à compreensão do conceito.

Espera-se que esse material represente um produto de ensino coerente com as indicações das novas diretrizes curriculares dos cursos de Engenharia e que possa ser efetivamente integrado nas aulas regulares das disciplinas de Álgebra Linear e de Mecânica dos Sólidos.

5. Referências

- [1] DUVAL, R. A cognitive analysis of problems of comprehension in a learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, Springer, v. 61, p. 103-131, 2006.
- [2] COBB, P.; CONFREY, J.; DISESSA, A.; LEHRER, R.; SCHAUBLE, L. Design experiments in education research. *Educational Researcher*, v.32, n.1, p. 9-13, 2003.
- [3] HANNAH, J. ; STEWART, S. THOMAS, M. Teaching Linear Algebra: one lecturer's engagement with students. *Mathematics: traditions and new practices*. AAMT & MERGA, 2011.
- [4] ISIK, A. et al. Linear Algebra from students' perspectives. *Middle eastern & African Journal of Educational Research*, 2014. p. 29 – 40.
- [5] OLIVEIRA. Sobre um Método Assemelhado ao de Francis para a Determinação de Autovalores de Matrizes. 2006 Disponível em: <http://www.athena.biblioteca.unesp.br/exlibris/bd/brp/33004153071P0/2006/oliveira_de_me_sjrp.pdf>. Acesso em: 29 novembro 2018.
- [6] COLARES, Gilderléia Bezerra. Autovalores e Autovetores e aplicações. 2011. 42 f. Monografia (Especialização) - Curso de Matemática-Formação de Professor na modalidade a distância, Matemática, Universidade Federal de Santa Catarina, Foz do Iguaçu, 2011. Disponível em: <<https://repositorio.ufsc.br/bitstream/handle/123456789/107651/302312.pdf?sequence=1>>. Acesso em: 23 agosto 2018.
- [7] HOWARD, Anton; RORRES, Chris. Álgebra Linear com Aplicações. Tradução Claus Ivo Doering. 8. ed. Porto Alegre: Bookman, 2001. 572 p.
- [8] BAKI, A. Integration of Technology into Mathematics Teaching: past, presente and future. In: SUNG JE CHO (ed.). *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education*. Switzerland: Springer International Publishing, 2015. p. 17-26. BOLDRINI, J.L et al. Álgebra Linear. Harbra, 1986.
- [9] BORBA, M.; PENTEADO, M.G. Informática e Educação Matemática. São Paulo: Autêntica, 2010.

Agradecimentos

Ao Centro Universitário FEI pelo incentivo recebido para a elaboração desse trabalho.

¹ Aluno de IC do Centro Universitário FEI. Projeto com vigência de 06/18 a 05/19.