MODELAGEM MATEMÁTICA SOBRE O CONCEITO DE EQUAÇÃO DIFERENCIAL

Félix Frank [1], Roberto Fecchio[2]
[1]Departamento de Engenharia de Automação e Controle, Centro Universitário FEI
[2]Departamento de Matemática, Centro Universitário FEI
felixdfrank97@gmail.com rfecchio49@gmail.com

Resumo: O trabalho tem como objetivo explanar em suma o desenvolvimento de uma modelagem matemática em conjunto com a interdisciplinaridade como um recurso didático na introdução do conceito de equação diferencial, onde será detalhado de forma teórica e prática a comprovação da Lei do Resfriamento de Newton como também a dedução e resolução do problema de valor inicial.

1. Introdução

Um dos maiores desafios presentes no meio acadêmico é o de correlacionar a teoria com prática de aprendizado, e aplicar de maneira correta e inteligível. Esse projeto relata um trabalho que busca a possibilidade de utilizar a modelagem matemática e a interdisciplinaridade, segundo [1], aliadas à teoria das situações didáticas de [2] numa atividade que inclui um experimento ligado à Física. O objetivo é verificar como tal atividade, adequadamente escolhida e conduzida, pode contribuir para a aprendizagem e o desenvolvimento de competências e habilidades tais como: identificar e reconhecer as limitações de uma solução experimental, utilizar conhecimentos teóricos prévios, buscar estratégias de resolução analítica e interpretar resultados, os quais podem ser importantes sempre que o aluno se encontra em uma situação nova ou problemática. Acredita-se que uma vez que essas competências são adquiridas, é possível aplicá-las, com poucas restrições, em problemas reais da engenharia.

2.1 Metodologia

A proposta de investigação, revela a preocupação com uma descrição detalhada da formulação e estruturação da atividade interdisciplinar, de modo a provocar reações específicas nos alunos e permitir ao professor-orientador intervenções e devoluções no transcorrer das etapas da modelagem. O tipo de pesquisa voltada para a resolução de problemas do mundo real e que permite uma ação conjunta do pesquisador com os sujeitos envolvidos nos problemas, constitui uma modalidade de experimentação que segundo [3] pode ser chamada de pesquisa-ação.

2.2 Recursos

Materiais utilizados:
2 Termômetros de Mercúrio (-10°C à 150°C)
2 Beckers (600ml)
2 Chapas elétricas para aquecimento
1 Cronômetro
1 Computador munido do software Excel
1 Impressora

2.3 Execução

O experimento, realizado no Laboratório de Química do Centro Universitário FEI, foi inicialmente preparado com 400 ml de duas substâncias distintas (Café e Leite), colocadas em dois béqueres de 600ml, juntamente com um termômetro de mercúrio em cada recipiente, que estavam na temperatura ambiente do dia (26°C). Os recipientes foram colocados sobre chapas para aquecimento até à temperatura de 90°C. Em seguida estas foram desligadas e então as substâncias começaram o processo de resfriamento. No mesmo instante foi disparado um cronômetro e medidas as temperaturas a cada 2 minutos, gerando assim uma tabela de dados. Posteriormente foram plotados os gráficos das funções de cada um dos experimentos e foi gerada uma função no software Excel.

3. Resultados

De acordo com a Lei do Resfriamento de Newton, temos:

$$\frac{dT}{dt} = -K \cdot (T - Tm) \qquad (1)$$

$$\ln(T - Tm) = -K \cdot t + C$$

$$T - Tm = e^{-K \cdot t + C}$$

$$T = (e^{-K \cdot t} \cdot e^{C}) + Tm$$

Com os valores obtidos nos experimentos sobre o resfriamento das substâncias, e sendo Tm=26°C, resolve o seguinte Problema de Valor Inicial.

Substância Café:

$$T(0) = 90°C; \quad T(50) = 41°C; \quad \text{ou seja,} \qquad (2)$$

$$90,000 = (e^{-K \cdot 0} \cdot e^{C}) + 26,000$$

$$90,000 = (1 \cdot e^{C}) + 26,000$$

$$C = 4,159 \quad \text{e}$$

$$41,000 = (e^{-K \cdot 50} \cdot e^{4,159}) + 26,000$$

$$K=0,029$$

$$\textit{Logo,} \quad T(t) = e^{-0,029 \cdot t + 4,159} + 26$$

Substância Leite:

$$T(0) = 90°C; \quad T(50) = 43°C; \quad \text{ou seja,} \qquad (3)$$

$$90,000 = (e^{-K \cdot 0} \cdot e^{C}) + 26,000$$

$$90,000 = (1 \cdot e^{C}) + 26,000$$

$$C = 4,159 \quad \text{e}$$

$$43,000 = (e^{-K \cdot 50} \cdot e^{4,159}) + 26,000$$

$$K=0,026$$

$$\textit{Logo,} \quad T(t) = e^{-0,026 \cdot t + 4,159} + 26$$

4. Ilustrações

Figura 1 – Substâncias em resfriamento

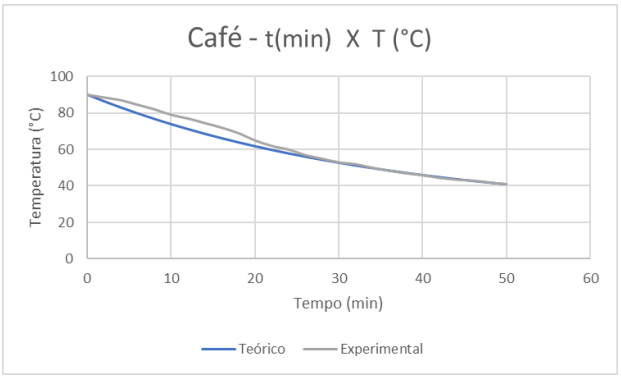

Figura 2 – Gráfico das curvas das funções do Café

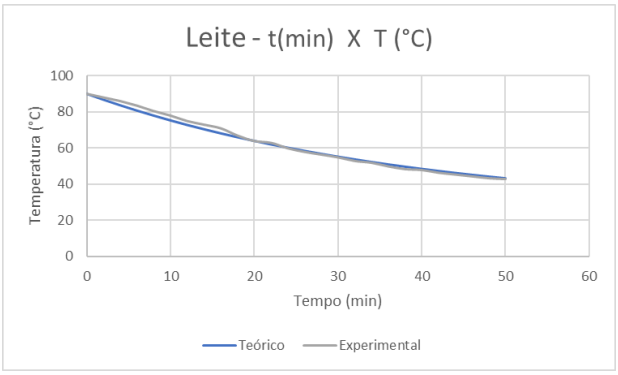

Figura 3 – Gráfico das curvas das funções do Leite

5. Conclusões

Diante da realização do projeto, verificou-se a motivação em trabalhar com situações que envolvem os aspectos teórico e prático, o que não ocorre em sala de aula. Pequenos transtornos e dúvidas pendentes foram superados satisfatoriamente. A experimentação, a pesquisa teórica e as dúvidas sanadas, levaram a questionamentos para possíveis pesquisas futuras, como por exemplo; além da troca do calor entre as substâncias e o meio, poderia ser experimentado o envolvimento, em conjunto, de outras grandezas como: composição química e calor específico de cada substância, submeter o sistema a variação de pressão e também considerar o índice de vaporização das substâncias (visto que com a vaporização o volume inicial diminui, que por consequência reduz a massa ocasionando um esfriamento com diferença de tempo menor). A principal conclusão até o momento é a validação da análise teórica a partir da comparação entre os gráficos obtidos na fase experimental na resolução e a abrangência que a fundamentação teórica permite para o resfriamento/aquecimento de outras substâncias, bem como a extrapolação para obter resultados fora do intervalo e das limitações do laboratório. Mediante os resultados até aqui obtidos, é possível afirmar que as expectativas estão sendo satisfatoriamente realizadas.

6. Referências

[1] BASSANEZI R. Ensino-Aprendizagem com Modelagem Matemática: uma nova estratégia. São Paulo: Contexto, 2002.

[2] BROUSSEAU G. Introdução ao estudo da teoria das situações didáticas: conteúdos e métodos de ensino. São Paulo: Ática, 2008.

[3] FIORENTINI D. Pesquisar práticas colaborativas ou pesquisar colaborativamente? In: BORBA, M. C.; ARAÚJO, J. L. (org.). Pesquisa qualitativa em educação matemática. 2.ed. – Belo Horizonte: Autêntica, 2004. p.49-78

[4] FECCHIO R. Uma abordagem das equações diferenciais por meio de atividade interdisciplinar. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo PUC-SP,2011.Disponível:<https://tede2.pucsp.br/bitstream/handle/10880/1/Roberto%20Fecchio.pdf> acessado em: 06/02/2019

[5] WILTON, P. da S.; JURGEN, W. P.; CLEIDE, M. D. P. S. e S et. al. Medida de calor específico e lei de resfriamento de newton: um refinamento na análise dos dados experimentais. Revista Brasileira de Ensino de Física, [S.l] v. 25, no.4, dezembro, 2003

[6] TIAGO E.; KLÜBER D. B. Concepções de modelagem matemática: contribuições teóricas. Educ. Mat. Pesqui., São Paulo, v.10, n.1, pp. 17-34, 2008

[7]PIOVESAN C.; BORÉ L. A.; DESCOVI D. R; DOMENICO C. N. B. D.; Modelagem matemática do resfriamento do leite usando equações diferenciais ordinárias.<http://paginapessoal.utfpr.edu.br/camiladomenico/arquivos/artigo/MODELO%202%20-%20ARTIGO%20EDO.pdf/at_download/file> acessado em: 06/02/2019

Agradecimentos

À instituição Centro Universitário FEI pela realização das medidas ou empréstimo de equipamentos.

[1] Aluno de ID (Iniciação Didática) do Centro Universitário FEI. Projeto PRO-BID018/18, com vigência de 11/18 a 10/19.