

MODELAGEM MATEMÁTICA DO COMPORTAMENTO DO COVID-19 POR ANALOGIA A REAÇÕES QUÍMICAS

Paula Colhado Freitas da Silva^{1,2}, Gustavo Vieira Olivieri², Ricardo Belchior Torres²

² Departamento de Engenharia Química, Centro Universitário FEI

colhado.paula@gmail.com, belchior@fei.edu.br

Resumo: Nos últimos meses, o mundo foi impactado pelo COVID-19, o que levou ao adoecimento de diversas vítimas. Neste contexto, o presente projeto desenvolveu um modelo matemático para este cenário, a fim de estudar o efeito da vacinação em diferentes regiões. Os parâmetros resultantes comprovaram que a vacinação foi uma estratégia eficiente para o controle do vírus, já que apresentaram redução na taxa de contágio e transmissão de cerca de 78% e 84% respectivamente, na dose inicial da vacina.

1. Introdução

Evidentemente, desde o crescimento do cenário pandêmico, diversos estudos foram direcionados ao desenvolvimento de modelos matemáticos voltados a pandemia do COVID-19. Kosmidis e Macheras [1] e Ramaswamy, Oberai e Yortsos [2] propuseram diferentes modelos para ajustar dados dos primeiros meses da pandemia do COVID-19, embasados em trabalhos na área de epidemiologia já consolidados na literatura [3].

Entretanto, posteriormente à publicação destes estudos, houve o desenvolvimento e consolidação na aplicação de vacinas, levando a consideráveis alterações nas tendências observadas no comportamento dinâmico associado à pandemia [4]. Neste sentido, o presente projeto visa dar continuidade aos estudos mencionados no parágrafo anterior, porém, levando-se em conta esta tendência atualizada do cenário pandêmico por conta da aplicação de vacinas nas populações.

2.1. Modelo de Vacinação

Para compor o modelo de vacinação, partiu-se do modelo descrito por Brauer e Castillo-Chavez [3]. O modelo proposto leva em conta quatro classificações para a população: pessoas suscetíveis à contaminação, não-vacinadas (S_U), pessoas suscetíveis à contaminação vacinadas (S_V), pessoas não-vacinadas que foram infectadas (I_U), e pessoas vacinadas que foram contaminadas (I_V). Além disso, o modelo adotou etapas de transmissão do vírus (contaminação), etapas de recuperação de pessoas contaminadas e uma etapa associada à vacinação propriamente dita das pessoas. A classificação das pessoas é equivalente a moléculas químicas, enquanto as etapas consideradas no modelo são equivalentes a reações químicas.

Matematicamente, o modelo é composto por quatro equações diferenciais ordinárias em função do tempo t , de constantes cinéticas α , β e γ , e de constantes δ , σ e λ que se encontram na faixa entre 0 e 1. As equações do modelo são:

$$\frac{dS_U}{dt} = r_{S_U} = -\beta S_U(I_U + \delta I_V) + \lambda \alpha I_U - \gamma S_U \quad (1)$$

$$\frac{dS_V}{dt} = r_{S_V} = -\sigma \beta S_V(I_U + \delta I_V) + \alpha I_V + \gamma S_U \quad (2)$$

$$\frac{dI_U}{dt} = r_{I_U} = \beta S_U(I_U + \delta I_V) - \lambda \alpha I_U \quad (3)$$

$$\frac{dI_V}{dt} = r_{I_V} = \sigma \beta S_V(I_U + \delta I_V) - \alpha I_V \quad (4)$$

Os dados obtidos compreendem somente 17 estados dos Estados Unidos da América (EUA), dentro de um período de 22 semanas, entre 04/04/2021 e 04/09/2021 [5].

Os dados foram divididos em dois períodos: (1) o primeiro período, de 04/04/2021 a 12/06/2021, representava o final da primeira onda de casos nos EUA, de modo que, a este período, a constante cinética β foi designada como $\beta^{(1)}$; (2) já o segundo período, entre 12/06/2021 e 04/09/2021, em que houve a segunda onda de casos nos EUA, a constante cinética β foi designada como $\beta^{(2)}$.

O ajuste do modelo foi realizado através da estimativa das constantes cinéticas por meio de um problema de otimização, com base em uma função que visa minimizar os erros relativos quadráticos entre os valores calculados pelo modelo e os dados disponíveis de pessoas em dados estados de saúde. O problema foi resolvido com auxílio do *software* Matlab, utilizando-se o comando *lsqnonlin*.

2.2. Modelo Dinâmico de Epidemiologia

O segundo modelo desenvolvido aqui também se baseia no livro de Brauer e Castillo-Chavez [3], sendo um modelo mais detalhado que o Modelo de Vacinação, mas utilizando parte dos resultados estimados por ele. Este modelo leva em conta quatro classificações para a população: pessoas suscetíveis à contaminação, não-vacinadas (S_U), pessoas suscetíveis à contaminação vacinadas (S_V), pessoas que foram infectadas (I), e pessoas falecidas (M). Além disso, o modelo adotou etapas de transmissão do vírus (contaminação), etapas de recuperação de pessoas contaminadas, uma etapa associada ao óbito de pessoas infectadas e uma etapa associada à vacinação das pessoas.

Matematicamente, o modelo é composto por quatro equações diferenciais ordinárias em função do tempo t , de constantes cinéticas α , β e γ , e de constantes ϕ , σ e λ

que se encontram na faixa entre 0 e 1. As equações do modelo são:

$$\frac{dS_U}{dt} = r_{S_U} = -\beta S_U I + \lambda \phi \alpha I - \gamma S_U \quad (5)$$

$$\frac{dS_V}{dt} = r_{S_V} = -\sigma \beta S_V I + \phi \alpha I + \gamma S_U \quad (6)$$

$$\frac{dI}{dt} = r_I = \beta S_U I + \sigma \beta S_V I - \lambda \phi \alpha I - \phi \alpha I - (1 - \phi) \alpha I \quad (7)$$

$$\frac{dM}{dt} = r_M = (1 - \phi) \alpha I \quad (8)$$

Os dados obtidos compreendem os quatro estados de saúde para diferentes regiões do mundo, entre continentes e países específicos (África, América do Norte, América do Sul, Ásia, Europa, Oceania, Brasil, China, EUA e Índia) [6,7].

A estimativa dos parâmetros β , ϕ e γ foi feita através de um problema de otimização semelhante ao proposto para o Modelo de Vacinação. Os parâmetros α , λ e σ foram adotados iguais aos estimados pelo Modelo de Vacinação.

3. Resultados

Ao analisar o modelo de vacinação, pode-se observar que os valores obtidos, seguiram de forma satisfatória, a tendência dos dados experimentais, como exposto na Figura 1.

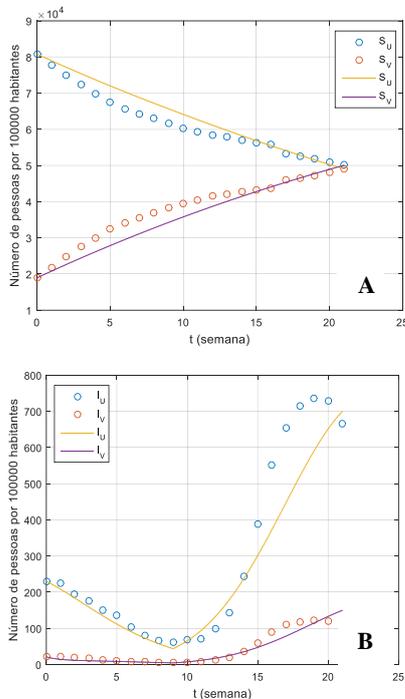


Figura 1 – Modelo de vacinação: A, pessoas suscetíveis; B, pessoas infectadas; (○), dados experimentais; (—), modelo.

O resultado da análise mostrou parâmetros (Tabela 1) que representam o comportamento da introdução da vacina da COVID-19 nos dois períodos que ocorreram em 2021 nos EUA.

Tabela 1 – Parâmetros ajustados do modelo de vacinação proposto.

Parâmetro	Valor	Unidade
$\beta^{(1)}$	$1,2065 \times 10^{-5}$	semana ⁻¹
$\beta^{(2)}$	$2,2350 \times 10^{-5}$	semana ⁻¹
δ	0,15629	
σ	0,21864	
α	1,0754	semana ⁻¹
λ	0,99991	
γ	0,023302	semana ⁻¹

Fonte: Autora.

4. Conclusões

Com relação à transmissão da doença, foram determinados os parâmetros δ , $\beta^{(1)}$ e $\beta^{(2)}$. Ao se comparar $\beta^{(1)}$ e $\beta^{(2)}$, isto é, as taxas de transmissão do vírus em suscetíveis não-vacinados, nota-se que a taxa de transmissão da doença praticamente dobrou de valor no segundo período considerado, caracterizando a nova onda de casos observada. Ao se multiplicar δ por $\beta^{(1)}$ e $\beta^{(2)}$, têm-se as taxas de transmissão do vírus a uma pessoa vacinada, de modo que este valor é reduzido em 84% em relação a não-vacinados ($\delta \approx 0,16$). Já em termos de recuperação, o indicador λ comparou a taxa de recuperação de uma pessoa vacinada, α , com uma não vacinada, apresentando um valor próximo a 1, o que indica que a dose inicial da vacina não alterou de forma significativa o tempo de saída total do vírus no corpo de um infectado, mesmo tendo auxiliado na diminuição da gravidade dos sintomas.

Nas etapas finais deste projeto, serão comparados os resultados do Modelo Dinâmico de Epidemiologia às regiões propostas.

5. Referências

- [1] K. Kosmidis; P. Macheras, *PLoS ONE*, **15** (2020) e0237304.
- [2] H. Amaswamy et. al., *Chemical Engineering Science*, **233** (2021) 116347.
- [3] F. Brauer; C. Castillo-Chavez, *Mathematical Models in Population Biology and Epidemiology*. 2. ed. New York: Springer, 2012.
- [4] J. Dagpunar; C. Wu, *MedRxiv* (2021). Disponível em: <<https://doi.org/10.1101/2021.11.06.21266002>>. Acesso em: 09 mar. 2022.
- [5] Centers for Disease Control and Prevention. Disponível em: <<https://data.cdc.gov/dataset/Rates-of-COVID-19-Cases-or-Deaths-by-Age-Group-and/fwff-rpze>>. Acesso em: 16 out. 2021.
- [6] E. Mathieu et al., *Nature Human Behaviour*, **5** (2021) 947-953.
- [7] J. Hasell et al., *Scientific Data*, **7** (2020) 1-7.

¹ Aluno de IC do Centro Universitário FEI. Projeto com vigência de 10/2021 a 09/2022.