

# MEDIÇÃO DE VIBRAÇÕES POR ANÁLISE DE VISIBILIDADE DE LUZ ESTRUTURADA: MAPEAMENTO DE AMPLITUDES

Felipe Cazarini Ohqui<sup>1</sup>, Marcelo Tadao Saita<sup>2</sup>, Eduardo Acedo Barbosa<sup>1,3</sup>

<sup>1</sup> Departamento de Física, Centro Universitário da FEI

<sup>2</sup> Instituto de Pesquisas Tecnológicas

<sup>3</sup> Departamento de Ensino Geral, Faculdade de Tecnologia de São Paulo

e-mail [felipeohqui@gmail.com](mailto:felipeohqui@gmail.com) e [ebarbosa@fei.edu.br](mailto:ebarbosa@fei.edu.br)

**Resumo:** O mapeamento de amplitudes de vibração de superfícies foi estudado usando-se projeção oblíqua de luz estruturada na forma de um padrão senoidal de franjas. A visibilidade do padrão de franjas projetadas sobre a superfície vibratória é a função de Bessel de ordem zero da amplitude de vibração. O trabalho propõe um algoritmo para a obtenção da função de Bessel por meio de processamento das imagens do objeto, e determina a distribuição de amplitudes de vibração obtendo o inverso da função de Bessel pelo método de Runge-Kutta de primeira ordem.

## 1. Introdução

Medidas de vibração são frequentemente utilizadas na indústria nas áreas de controle de qualidade, eliminação de ruídos, entre várias outras. Usualmente, utilizam-se acelerômetros, em processos que envolvem contato entre o medidor e o objeto vibratório, e medições ponto-a-ponto.

A utilização de técnicas ópticas, como a interferometria holográfica e a interferometria de padrões de *speckle*, apresentam a vantagem de ensaios de campo inteiro, com alta precisão e sensibilidade. Entretanto, estas técnicas requerem condições restritivas quanto à estabilidade mecânica do conjunto óptico, dificultando a sua aplicação em medidas em ambientes ruidosos. Por outro lado, o uso metrológico da luz estruturada não requer condições severas de estabilidade da montagem óptica. Neste trabalho, realizou-se o processamento de imagens coletadas de objetos estáticos e em vibração, iluminados por um padrão senoidal de franjas. Este processamento de imagens forneceu a função de Bessel de ordem zero em função das amplitudes de vibração na superfície. Pelo método de Runge-Kutta de primeira ordem a distribuição de amplitudes foi obtida.

## 2. Determinação da visibilidade do padrão luminoso projetado sobre a superfície vibratória

A figura 1 mostra uma superfície paralela ao plano  $xy$  em vibração fora-do-plano com frequência  $\omega$  e amplitude  $a$ , iluminada por um padrão senoidal de franjas. As franjas são observadas ao longo de  $z$ . Sendo  $\theta$  o ângulo de incidência, as franjas projetadas na superfície têm um deslocamento máximo lateral  $\Delta x_{\max}(t) = a \operatorname{tg} \theta$ . Assim, uma franja ou grupo de franjas oscila de acordo com a relação  $x(t) = a \operatorname{tg} \theta \cos(\omega t)$ .

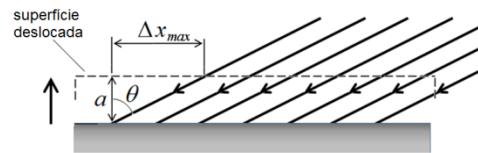


Figura 1- Projeção de franjas sobre a superfície

Se a frequência de vibração é significativamente mais alta do que o tempo de aquisição da imagem, a intensidade da luz projetada será obtida fazendo-se uma média da intensidade de luz do padrão projetado no intervalo de um período de vibração [1]:

$$I(x) = \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2} J_0(\delta_{ob}) \cos\left(\frac{2\pi}{d} \cos\theta x + \phi\right), \quad (1)$$

Onde  $J_0$  é a função de Bessel de ordem zero de primeiro tipo,  $d$  é o período espacial do padrão ao incidir sobre a superfície e  $\delta_{ob} \equiv 2\pi a \sin\theta / d$ . A fase arbitrária  $\phi$  terá utilidade no processamento das imagens do padrão. Nota-se pela eq. (1) que a função de Bessel representa a visibilidade da luz projetada e depende explicitamente da amplitude de vibração da superfície. Se a função de Bessel é determinada, seu inverso permite obter a amplitude de vibração para cada ponto da superfície estudada.

Foram obtidas 8 imagens, ou frames, do padrão de franjas projetado. Quatro delas, com o objeto estático, e quatro outras, com o objeto vibrando. Os frames da condição estática – para os quais  $J_0(\delta_{ob} = 0) = 1$  – foram tomados com fases  $\phi$  com valores sucessivamente  $\phi_i = 0, \pi/4, 2\pi/4$  e  $3\pi/4$ , de maneira que a equação (1) para cada frame, na condição estática, toma a forma

$$I_{Ei}(x) = \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2} \cos\left(\frac{2\pi}{d} \cos\theta x + i \frac{\pi}{4}\right) \quad (2)$$

onde  $i = 0, 1, 2$  e  $3$ . Os frames da configuração vibratória têm forma

$$I_{Vi}(x) = \frac{I_0}{2} + \frac{I_0}{2} J_0(\delta_{ob}) \cos\left(\frac{2\pi}{d} \cos\theta x + i \frac{\pi}{4}\right) \quad (3)$$

Os quatro frames da equação (2) e os quatro da equação (3) podem ser algebricamente combinados de forma a fornecer

$$J_0(\delta_{ob}) = \frac{I_0}{2} \sqrt{\sum_{i=0}^3 (I_{Ei} - I_{Vi})^2} \quad (4)$$

Desta forma, a amplitude de vibração será determinada por

$$a(x, y) = \frac{d}{2\pi \sin\theta} J_0^{-1} \left[ \frac{I_0}{2} \sqrt{\sum_{i=0}^3 (J_{Ei} - I_{Vi})^2} \right] \quad (5)$$

O inverso da função de Bessel é obtido gerando-se uma tabela com valores da função de Bessel de argumentos na faixa  $0 \leq \delta_{ob} \leq 4$ , para a qual  $J_0$  é uma função monotônica. Com estes valores, um polinômio de ordem  $k$  é obtido pelo método de mínimos quadrados como  $\delta_{ob} = A + B_1 J_0 + B_2 J_0^2 + B_3 J_0^3 + B_4 J_0^4 + B_5 J_0^5 + B_6 J_0^6$ . Este resultado é refinado pelo método de Runge-Kutta de primeira ordem, de forma que a acurácia do valor de  $\delta_{ob}$  é aumentada recorrentemente por meio da relação

$$\delta_{ob(N+1)} = \delta_{ob(N)} + [J_0 - J_0(\delta_{ob(N)})] \left( \frac{d\delta_{ob(N)}}{dJ_0} \right)_{\delta_{ob(N)}} \quad (6)$$

Foram realizados 20 ciclos iterativos, com tempo total de processamento da ordem de 2 s. Ao final do processo, obteve-se a distribuição tridimensional das amplitudes de vibração do objeto em níveis de cinza.

### 3. Arranjo experimental e resultados

No arranjo experimental mostrado na figura 2, luz estruturada gerada pelo projetor PR na forma de franjas senoidais retas e paralelas é expandida pela lente L1, sendo direcionada pelo espelho PZT-M suportado por um transdutor piezoelétrico à superfície analisada. A câmera CCD capta as imagens que são processadas computacionalmente com o auxílio do software ImageJ. As alterações de fase são aplicadas por um parafuso micrométrico no projetor (não mostrado na figura). O objeto analisado é uma placa de acrílico branco e opaco de 150 mm x 120 mm presa em uma de suas extremidades por uma morsa.

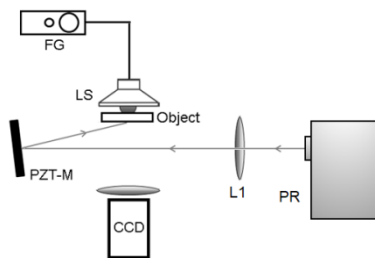


Figura 2 – montagem experimental

A figura 3a mostra o padrão luminoso projetado sobre a placa estática, mostrando franjas de máxima visibilidade, enquanto a figura 3b mostra o padrão da placa vibrando com frequência 48 Hz. Ambas as placas têm fase  $\phi_1 = 0$ . Em seguida, tomam-se os frames para as demais fases, tanto na configuração estática quanto na vibratória.

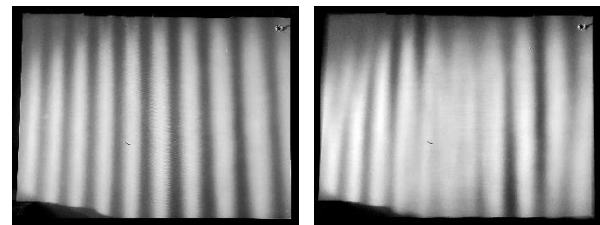


Figura 3 – padrão luminoso com o objeto a – estático e b – vibrando a 48 Hz.

A distribuição espacial das amplitudes de vibração, em mm, na superfície da placa é mostrada em tons de cinza na figura 4, obtida com o auxílio da equação (6). A figura 5 mostra esta mesma distribuição em reconstituição tridimensional. O ângulo de incidência  $\theta = 70^\circ$  e  $d = 5$  mm, de forma que  $a = 0,85\delta_{ob}$  (mm).

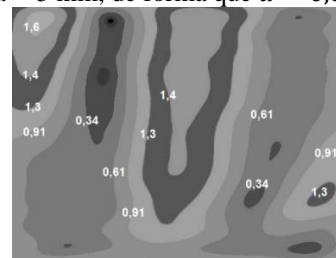


Figura 4 – distribuição de amplitudes de vibração na placa, em mm.

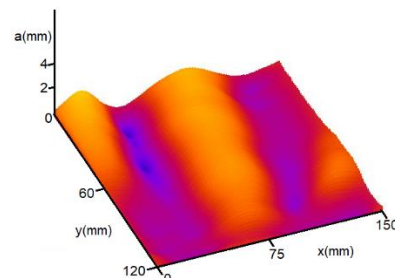


Figura 5 – Reconstituição tridimensional das amplitudes de vibração na placa.

### 4. Conclusões

Técnicas ópticas para a análise de vibrações são extremamente interessantes, por permitir medidas de campo inteiro que não afetam o comportamento do objeto. O uso de luz estruturada fornece a medida de amplitudes na ordem de centésimos de milímetro até alguns poucos milímetros, faixa que usualmente não é coberta por outras técnicas ópticas. Por não envolver interferência de luz, as montagens por luz estruturada não requerem condições especiais de estabilidade mecânica, sendo, portanto, promissoras para uso industrial.

<sup>2</sup> Aluno de IC do Centro Universitário FEI (ou FAPESP, CNPq ou outra). Projeto com vigência de XX/202X a XX/202X.